

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Факультет менеджменту та маркетингу  
Кафедра математичного моделювання економічних систем**

«На правах рукопису»  
УДК 330.4

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ В.О. Капустян

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 р.

**Магістерська дисертація**

**на здобуття ступеня магістра**

**зі спеціальності 051 «Економіка»**

**на тему: «Економіко-математичне моделювання тарифікаційної системи  
страхової компанії»**

Виконав:

студент II курсу, групи УК-71мп  
Цацлін Михайло Олександрович \_\_\_\_\_

Керівник:

доц., к.ф.-м.н., доц.,  
Фартушний І. Д. \_\_\_\_\_

Рецензент:

доц., к.е.н., доц.,  
Черненко Н. О. \_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій магістерській  
дисертації немає запозичень з праць  
інших авторів без відповідних  
посилань.

Студент \_\_\_\_\_

Київ – 2018 року

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Факультет менеджменту та маркетингу**  
**Кафедра математичного моделювання економічних систем**

Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-професійною  
програмою

Спеціальність 051 «Економіка»  
Спеціалізація «Економічна кібернетика»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ В.О. Капустян

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 р.

**ЗАВДАННЯ**  
**на магістерську дисертацію студенту**  
**Цаціліну Михайлу Олександровичу**

1. Тема дисертації «Економіко-математичне моделювання тарифікаційної системи страхової компанії», науковий керівник дисертації Фартушний Іван Дмитрович, кан. фіз.-мат. наук, доцент, затверджені наказом по університету від «12» вересня 2018 р. № 3506-с
2. Термін подання студентом дисертації 14 грудня 2018 року
3. Об'єкт дослідження – страхова компанія та її тарифікаційна система
4. Вихідні дані: нормативно-правова база України, наукова, навчальна, довідкова та періодична література
5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
  - 1) Дослідити функціонування страхової компанії як об'єкта управління, керування якою здійснюється через вплив на її систему тарифів. Представити результати дослідження в вигляді концептуальної моделі;

- 2) Визначити отриману концептуальну модель у вигляді математичних формул, показників ефективності і критеріїв оптимальності;
  - 3) Визначити дискретну модель оптимального управління системою тарифів в отриманих математичних формулах, показників і критеріїв;
  - 4) Зробити розрахунки на основі отриманої моделі на тестових даних з метою дослідження можливостей використання отриманої моделі щодо вирішення поставленої економічної задачі;
  - 5) Провести аналіз отриманих результатів та перспективи подальших досліджень
  6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу – презентація роботи
  7. Перелік публікацій
- 
8. Дата видачі завдання 4 жовтня 2018 року.

### Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
	Аналіз літератури та існуючих праць за темою дослідження. Розробка концептуальної моделі.	4.10.2018 - 17.10.2018	
	Проведення математичної формалізації концептуальної моделі. Розробка моделі оптимального керування тарифікаційною системою страхової компанії.	18.10.2018 - 31.10.2018	
	Проведення розрахунків, дослідження можливостей практичного використання отриманої моделі.	01.11.18 - 14.11.18	
	Проведення роботи над розділом з аналізу отриманих результатів та перспектив подальших досліджень. Формулювання висновків.	15.11.18 - 28.11.18	
	Оформлення роботи відповідно до вимог. Розробка презентації. Підготовка до захисту роботи.	29.11.2018 - 13.12.2018	

Студент \_\_\_\_\_

М. О. Цацілін

Науковий керівник дисертації \_\_\_\_\_

І. Д. Фартушний

## РЕФЕРАТ

Об'єктом дослідження роботи є страхова організація і її система тарифів. Предметом дослідження є метод управління системою тарифів страхової організації з метою досягнення цілей організації і врахуванням інтересів її клієнтів. Метою даної роботи є аналіз функціонування страхової організації як об'єкта управління, керування якою здійснюється через вплив на її систему тарифів, і визначення ефективного методу управління зазначеною системою тарифів сформульованого у вигляді математичної моделі.

Дипломна робота складається з 3-х розділів. Перший розділ стосується аналізу функціонування страхової організації як об'єкта управління. В другому розділі визначається математична формалізація поняття тарифікаційної системи, формули розрахунку головних фінансових потоків моделі і формується дискретна модель оптимального управління системою тарифів страхової компанії. В третьому розділі роботи продемонстровано можливості отриманої моделі на тестових даних та описані перспективи подальших досліджень.

Результати даної дипломної роботи можуть бути застосовані в практичній діяльності страхових організацій, що займаються страхуванням ризиків.

Дипломна робота містить 69 сторінок, 16 таблиць, 10 рисунків, список використаних джерел з 34 найменувань, 1 додаток.

Ключові слова: страхова компанія як об'єкт керування, страхування ризиків, тарифікаційна система, теорія оптимального керування, математичне моделювання.

## **ABSTRACT**

The object of research work is the insurance organization and its system of tariffs. The subject of the study is the method of managing the system of tariffs of the insurance organization in order to achieve the goals of the organization and taking into account the interests of its clients. The purpose of this work is to analyze the functioning of an insurance organization as an object of management, which is managed through the influence on its system of tariffs, and the definition of an effective management method of the specified tariff system formulated in the form of a mathematical model.

Thesis consists of 3 sections. The first section deals with the analysis of the functioning of the insurance organization as an object of management. The second section defines the mathematical formalization of the concept of the tariff system, the formulas for calculating the main financial flows of the model and forms a discrete model of optimal management of the insurance company's tariff system. The third section of the paper demonstrates the capabilities of the model obtained on the test data and describes the prospects for further research.

The results of this thesis can be applied in the practical activity of insurance organizations engaged in risk insurance.

Thesis contains 69 pages, 16 tables, 10 figures, list of used sources from 34 titles, 1 application.

Key words: insurance company as an object of management, risk insurance, tariff system, theory of optimal control, mathematical modeling.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	8
1 ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФУНКЦІОНУВАННЯ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ	10
1.1 Аналіз функціонування страхової компанії .....	10
1.2 Структурні рівні функціонування страхової компанії .....	16
2 МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ТАРИФІКАЦІЙНОЮ СИСТЕМОЮ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ .....	18
2.1 Математична формалізація тарифікаційної системи страхової організації .....	19
2.2 Математична формалізація фінансових потоків страхової компанії, що використовуються в моделі .....	24
2.4 Математична формалізація попиту клієнтів страхової компанії, що використовується в моделі .....	37
2.5 Аналіз розв'язків моделі з використанням визначеної функції попиту.	46
3 ВИКОРИСТАННЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ .....	49
3.1 Використання отриманих результатів.....	49
3.2 Перспективи подальших досліджень .....	59
ВИСНОВКИ.....	62
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ .....	64
ДОДАТОК А ОПИС ПОЛОЖЕНЬ ТАРИФІКАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ .....	68

## ВСТУП

Дослідження мікроекономічних систем як об'єктів управління дає можливість створювати математичні моделі, які відтворюють дані системи та надають можливість утворювати системи підтримки прийняття рішень. Перспектива використання згаданих систем є у напрямку страхового бізнесу. Це зумовлено існуванням процесів, що майже не піддаються прогнозуванню, але в той же час більшою мірою визначають стан страхової компанії.

До сьогодні і тепер, існує актуальна проблема щодо визначення тарифікаційної системи, яка б дала змогу стабільно нагромаджувати капітал страхової компанії. Досягнути поставлену мету заважає природа страхових випадків, що мають випадковий характер, а згодом і необхідність погашення страхових зобов'язань.

Висока зацікавленість посеред вітчизняних та іноземних учених про застосування теорії оптимального управління до страхової справи свідчить про актуальність обраного напрямку дослідження.

Таким чином проблема управління тарифікаційною системою страхової компанії з позицій погляду на останню, як на цілісну систему, є актуальною і активно розвивається в працях сучасних учених.

Об'єктом дослідження роботи є страхова компанія та її тарифікаційна система. Предметом дослідження є метод управління системою тарифів страхової компанії з метою досягнення стратегічних цілей компанії та з урахуванням інтересів її клієнтів.

Економічна задача, яку покликані вирішити результати дослідження приведеного в даній випускній роботі, полягає у розробці методу визначення ефективних управлінських рішень щодо внесення комплексних змін до тарифікаційної системи страхової компанії відповідно до умов страхового ринку та з метою задоволення інтересів як компанії так і її клієнтів.

У відповідності до написаного вище, метою даної роботи є проведення



дослідження діяльності страхової компанії як об'єкта управління, що здійснюється через вплив на її тарифікаційну систему; визначення методу керування зазначеною тарифікаційною системою відповідно до вимог поставленої вище задачі сформульованого у вигляді математичної моделі; а також опис перспектив подальших досліджень.

# 1 ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФУНКЦІОНУВАННЯ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ

Особливих досягнень в напрямку обраного дослідження здобув Березовчук О.С. у своїй роботі з аналізу функціонування страхової компанії [12], які, на мою думку, є значимими для даної роботи, тому у цьому розділі, будуть приведені результати його досліджень, оскільки вони необхідні для розуміння засад керування страхової компанії, що в подальшому будуть використані для модифікації дискретної моделі.

## 1.1 Аналіз функціонування страхової компанії

Першим і найважливішим кроком, на думку автора, під час розгляду принципів щодо функціонування страхової компанії є висвітлення та побудова функціональної схеми.

Для цього, було представлено страхову компанію у системному вигляді, яка складається з:

$X(t_0) = X_0$  – капіталу компанії в початковий момент часу, з якого починається спостереження за її діяльністю;

$X(t)$  – капіталу компанії в  $t$ -момент часу.

$G(t)$  – потік страхових премій в  $t$ -момент часу.

$C(t)$  – потік комісійних винагород співучасникам страхової організації в  $t$ -момент часу.

$N(t)$  – потік відрахувань на податкові зобов'язання в  $t$ -момент часу .

$D(t)$  – потік відрахувань на маркетингову діяльність та ведення справ в  $t$ -момент часу.

$V(t)$  – потік виплат клієнтам за страховими випадками в  $t$ -момент часу.

$R(t)$  – сума резервів по страховим випадкам, які знаходяться в стані врегулювання в  $t$ -момент часу.

$\Theta(t)$  – стан тарифікаційної системи на момент  $t$ .

Доцільним є долучення двох підсистем до складу страхової компанії: по-перше, *підсистему прийняття рішень*; по-друге, *підсистему моніторингу ефективності*.

Розглянемо кожну із визначених складових.

*Страхова премія* – плата за страхування, що сплачує страховик страховій компанії згідно з укладеним договором страхування [1]. Відповідно, сума страхових премій, яка накопичилась за певний проміжок часу складає потік страхових премій, і має фіксуватися в деякий момент часу  $t$ .

В даній роботі розглядається діяльність страхової компанії з урахуванням лише одної з сторін її діяльності – саме страхування, то можливу інвестиційну діяльність, якою зазвичай займаються страхові компанії, до уваги не беремо. Це виправдано, оскільки не має необхідності займатися і страховою і інвестиційною справою, щоб забезпечити свою платоспроможність, якщо прибуток від страхової діяльності від’ємний. В такому випадку страховій компанії слід відмовитись від діяльності пов’язаної за страхуванням і перейти до суто інвестиційної, адже у такому випадку це має додатній економічний ефект. Отже, в роботі розглядається тільки діяльність пов’язана зі страхуванням, а всі критерії ефективності описуються виключно в розрізі її страхової діяльності.

Відповідно до попередньо зазначеного, тільки потік страхових премій повністю складає дохід компанії в рамках обраного дослідження.

*Потік комісійних винагород* партнерам – це сума платежів власним агентам, посередникам та партнерам страхової компанії за залучення нових клієнтів [6]. Комісійні винагороди виділяються у вигляді частини премії, яку сплачує клієнт за умовами договору, з яким відповідний агент, посередник або партнер уклав договір страхування від лиця страхової компанії.

*Потік податкових відрахувань* – це сума податкових платежів страхової

компанії. В звичайному випадку, ставка податку для страхового бізнесу встановлюється у відношенні до об'єму валових премій [3,32]. Отже, даний потік в певній мірі залежить від значень потоку страхових премій.

Потік витрат на маркетингову діяльність і ведення справ, має дві складові:

$D_{be}(t)$  – *витрати на ведення справ*: призначені для забезпечення страхової діяльності компанії, мають значну роль у фінансуванні страхування [10].

Виділяють наступні витрати на ведення справ: аквізиційні, інкасові, ліквідаційні, управлінські. *Аквізиційні* здійснюють з метою укладання нових страхових договорів. *Інкасові* – витрати спрямовані на оплату праці робітників страхової компанії, що здійснюють діяльність зі збору страхових премій і обслуговуванню клієнтів-страхувальників. *Ліквідаційні* – ці витрати зазвичай здійснюються тільки після настання страхового випадку. Як інші витрати, вони відповідно належать до окремого виду страхування. Вони мають такі складові: витрати на доставку ліквідаторів збитку (наприклад, експерта, або аварійного комісара) до місця події; винагорода, яка виплачується ліквідаторам збитку; судові витрати; витрати пов'язані з пересиланням кореспонденцій, що пов'язані з цією подією; інші витрати. *Управлінськими витратами* є: оплата роботи адміністративно-управлінського персоналу страхової компанії; витрати на розвиток страхової справи; адміністративно-господарські витрати [10].

$D_m(t)$  – це сума витрат на проведення маркетингової діяльності та рекламних заходів.

*Потік страхових виплат* – це сукупність страхових виплат клієнтам страхової організації, у яких відбулися страхові випадки, що входять до складу укладеного договору страхування. Даний потік має випадковий характер, а отже його прогнозування можливе тільки з використанням апарату теорії імовірностей. Однак, в будь-який  $t$ -момент часу значення даного потоку для страхової компанії є відомою, оскільки вона має відомості від страхувальників

щодо факту настання страхового випадку, а також вона їх врегулює (вивчає інформацію про страховий випадок і визначає, чи відповідає він відповідним ознакам, і приймає рішення щодо здійснення виплати), а отже повинна мати бухгалтерську інформацію про здійснені виплати по страховим зобов'язанням за визначений період. Необхідно пам'ятати, якщо виник страховий випадок, то існує імовірність, що страхувальник не повідомить про нього, або повідомить з порушенням термінів згідно договору страхування. Звісно, це не є розумним, але для певної частки клієнтів це є характерним, оскільки вважають, що доречніше за власні кошти покрити невеликі витрати від страхових випадків, аніж витратити час та докладати зусилля на можливо тривале врегулювання страхового випадку.

*Сума резервів за неврегульованими страховими випадками* – це визначенні компанією витрати за страховими зобов'язаннями по страховим випадкам, що сталися, та про які повідомив клієнт, але в  $t$ -момент часу ще не було встановлено рішення щодо здійснення виплати. Оскільки точно невідомо, якого обсягу резервів страхова компанія витратить на погашення страхових зобов'язань, а які ні, виникає необхідність спостерігати за резервами окремо, а в час їх існування (встановлення рішення щодо окремого страхового випадку) будемо їх витратами, що мають умовний характер.

*Тарифікаційна система страхової компанії* – це список об'єктів (їх категорій) і факторів ризику, що страхуються за визначеними для них ставками тарифів та умов за якими їх застосовують, які визначені для однотипних груп ризиків, що запропоновані для страхування, їх видів або програм [27]. Отже, складовими тарифікаційної системи є не тільки тарифи, а ще правила їх встановлення тарифів для окремого страхувальника, що залежить від факторів ризику, які йому відповідають та згідно видам страхування, яким в той же час також є характерним певні особливості тарифікації. Слід звернути увагу, що *тарифікація* – це встановлення тарифів страхової премії за різновидами страхування, що здійснюється відповідно до визначених технічних прийомів, на основі тієї або другої класифікації [7,9,26].

Отже, тарифікація – це процес використання тарифікаційної системи у практиці. Саме за допомогою тарифікаційної системи визначається, як ефективно страхова компанія буде здійснювати свою діяльність, більш того, переважна кількість факторів, які може регулювати керівництво страхової організації укладені безпосередньо в її системі тарифів.

*Підсистема моніторингу ефективності* – це сукупність об'єктів, суб'єктів та методів спостереження за ефективністю діяльності компанії. З точки зору математики, підсистема моніторингу ефективності діяльності страхової організації можливо представити у вигляді сукупності математичних показників, що відображають необхідну інформацію про положення компанії в визначений  $t$ -момент часу.

Результат роботи підсистеми моніторингу передається у *підсистему прийняття рішень*, що може бути представлена сукупністю осіб, що приймають рішення (ТПР – ті, що приймають рішення), методів їх прийняття і системи підтримки прийняття рішень. Останні перелічені з погляду математики являють собою математичні моделі, які надають обґрунтовані рекомендації про те, яке рішення слід схвалювати в окремому випадку. Результат діяльності підсистеми прийняття рішень за допомогою механізму оберненого зв'язку визначає і реалізує керування страховою організацією шляхом впливу на її тарифікаційну систему.

Сутність взаємодії кожної з визначених раніше складових страхової організації як об'єкта керування була представлена у наступному вигляді (див. рис. 1.1, [12]).

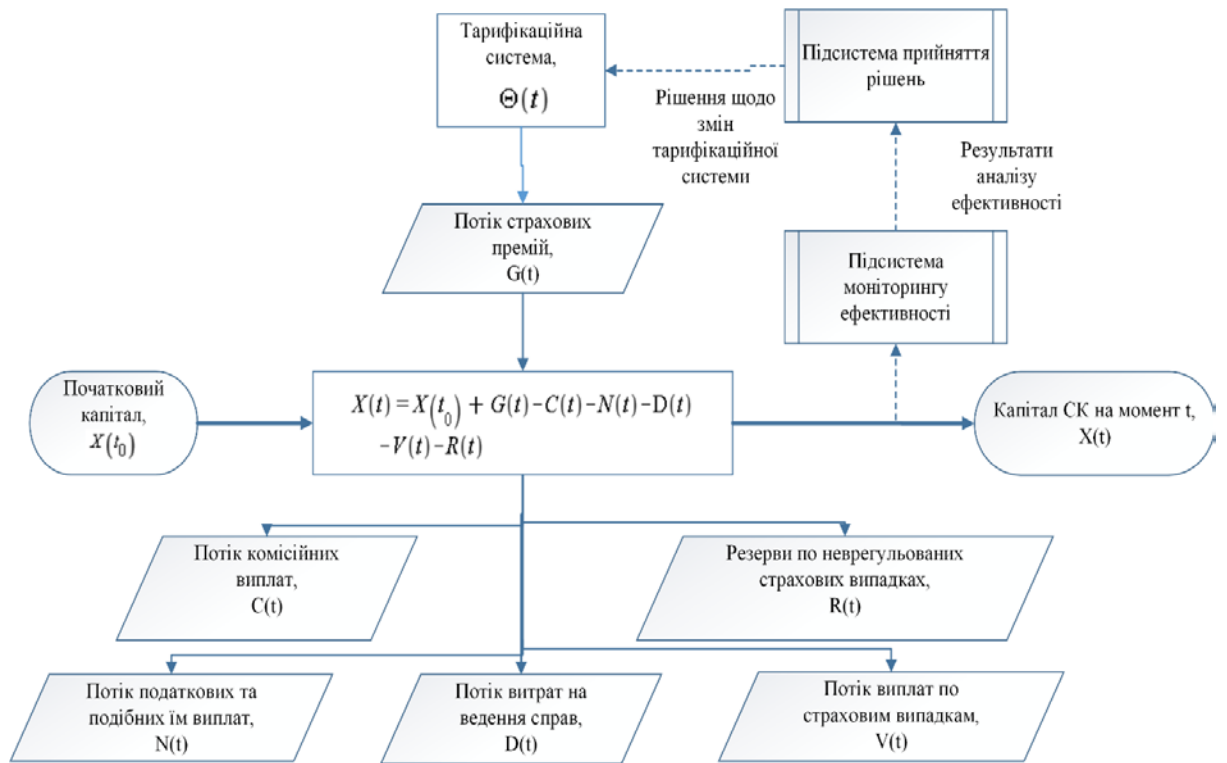


Рисунок 1.1 – Схема функціонування страхової компанії як об'єкта керування

Схема (див. рис.1.1) складається з всіх визначених раніше елементів і в основі неї знаходиться рівняння, що описує зміну з часом капіталу страхової компанії, що зумовлений дією потоку надходжень страхових премій і різноманітних вихідних потоків, які визначають витрати страхової компанії:

$$X(t) = X(t_0) + G(t) - C(t) - N(t) - D(t) - V(t) - R(t). \quad (1.1)$$

Як бачимо, рівняння (1.1) дає у цілому розуміння принципу діяльності страхової компанії.

## 1.2 Структурні рівні функціонування страхової компанії

Розуміння результату діяльності страхової організації підрозділу 1.1 даної роботи має одне з ключових значень щодо висвітлення діяльності страхової організації як багаторівневу структуру.

Структура діяльності страхової компанії є багаторівневою, під такою маємо розуміти сукупність рівнів у розрізі котрих можна описувати діяльність страхової організації. Кількість рівнів, на думку автора, існує п'ять, серед яких:

- I рівень – рівень повного портфеля страхової організації, до котрих включають усі договори за усіма різновидами страхування.
- II рівень – рівень певних різновидів страхування. Галузева класифікація страхової справи здійснюється в залежності від об'єктів страхування. Виокремлення певних видів характеризується деталізацією об'єктів страхування [8].
- III рівень – рівень певних програм страхування в межах виду страхування. Програма страхування – виділяється в межах виду страхування через особливі і унікальні в межах цього різновиду страхових умов (список ризиків, унікальні умови оплати премій для окремих груп клієнтів та ін.).
- IV рівень – рівень певних сегментів. Сегмент ринку — певним чином виділений сектор ринку, поєднання групи споживачів, якими можуть бути і підприємці, продукції або послуг, які мають збіжність у ознаках, що їх характеризують [23]. У відповідність до раніше визначеного, під сегментом розумітимемо групу клієнтів, що мають спільну сукупність ознак, які якісно відрізняють їх серед інших груп у межах різновиду страхування, страхової програми.
- V рівень – рівень певного договору страхування.



Вказані рівні було зображено у вигляді схеми на рис.1.2 для більш зрозумілого представлення міркувань, висвітлених вище.

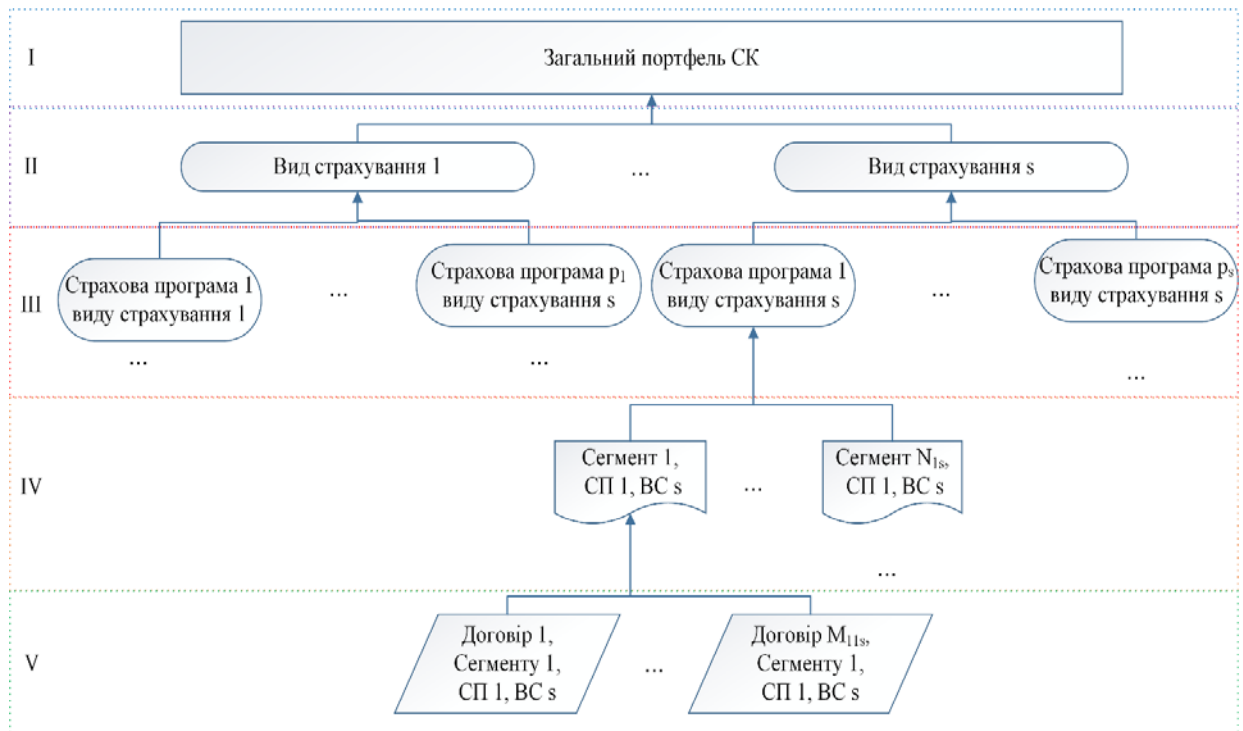


Рисунок 1.2 – Схема структурних рівнів функціонування страхової компанії

Наведена вище схема є необхідною для розуміння того факту, що страхові компанії можна і слід розглядати як структури, що можна охарактеризувати як деревовидні, в котрих певний рівень може бути розглянутий як окремо, так і як групу менших рівнів, що йому підпорядковуються. Більш того, раніше автором був висвітлений процес встановлення тарифів для певних сегментів та страхових договорів (4-й і 5-й рівень на рис.1.2) [11].

Кожен із представлених на рис. 1.2 рівнів необхідно розглядати з погляду схеми 1.1, а згодом ухвалювати рішення можливо на певних виділених рівнях, таким же чином як і спостерігати за ефективністю і станом певних договорів, сегментів, програм та різновидів страхування.

## 2 МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ТАРИФІКАЦІЙНОЮ СИСТЕМОЮ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ

Перш ніж висвітлювати складові частини моделі, необхідно визначити декілька важливих фактів, що стосуються моделі.

Перш за все, модель повинна бути зорієнтована на практичне застосування, а не тільки на теоретичне, що в усім відомих формулах описує те чи інше явище. В зв'язку з цим, одним із найважливіших принципів моделі повинно бути *використання таких показників та інформації, які дійсно використовуються в сучасних страхових організаціях, що здійснюють діяльність пов'язану з страхуванням ризиків, а отже і існують в управлінській звітності* згаданих, і разом з цим в їх базах зберігання та обробки інформації. Через це, першим припущенням моделі є наявність вказаних даних, разом з цим, їх існування для всіх рівнів діяльності страхової організації, що були висвітленні в п.1.2, розділу 1 цієї роботи.

Разом з цим модель розроблюється для аналізу положення страхової організації та обрання оптимального керування її системою тарифів через визначені часові проміжки. Отже, *модель є динамічною*, тому що розглядає зміни з часом положень страхової організації та керування її системою тарифів з часом, хоча при чому є *дискретною в часі* [11].

## 2.1 Математична формалізація тарифікаційної системи страхової організації

Як було вказано вище, *тарифікаційна система страхової організації* – це список факторів ризику і різновидів об’єктів, які страхуються за певними для них їм страховими тарифами і умови їх використання, висвітлені для окремих споріднених груп ризиків, які роблять пропозицію для страхування, чи різновидів або програм страхування.

Згодом, з математичної точки зору необхідно визначити систему тарифів у наступному вигляді:

$$\Theta(\bar{\theta}_{t_{i-1},t_i}, H, K_{t_{i-1},t_i}), \quad (2.1)$$

де  $\bar{\theta}_{t_{i-1},t_i}$  – сукупність базових тарифів дійсних на проміжку часу  $[t_{i-1}; t_i]$ .

$H$  – сукупність факторів ризику.

$K_{t_{i-1},t_i}$  – сукупність коефіцієнтів поправки базових тарифів згідно з факторами ризику, що використовуються на проміжку часу  $[t_{i-1}; t_i]$ .

Під *базовими тарифами* будемо вважати тарифну ставку, що є початковим пунктом для наступних обчислень тарифу для окремого унікального договору. Отже, базові тарифи – це відправні тарифи, що встановлюються до врахування унікальних особливостей страхувальника та відповідного ризику, що вони мають. Базові тарифи періодично змінюються. Окрім того, в межах даної моделі вважається, що сукупність базових тарифів – це сукупність змінних, які піддаються керуванню.

Зробимо деякі позначення. Індексом  $q$  будемо позначати різновиди, індексом  $p$  – програми страхування, індексом  $s$  – групи однотипних договорів, індексом  $o$  – окремі договори.

Тоді:

$q \in [1; n_q]$ , де  $n_q$  – кількість різновидів страхування в повному портфелі організації;

$p \in [1; n_{p,q}]$ , де  $n_{p,q}$  – кількість програм страхування в  $q$ -різновиді страхування;

$s \in [1; n_{s,p,q}]$ , де  $n_{s,p,q}$  – кількість груп однотипних договорів у програмі страхування  $p$   $q$ -різновиду страхування;

$o \in [1; n_{o,s,p,q}]$ , де  $n_{o,s,p,q}$  – кількість окремих договорів у  $s$ -групі однотипних договорів, програми страхування  $p$   $q$ -го різновиду страхування.

Далі, використовуючи такі позначення можливо детальніше описати вигляд сукупності базових тарифів:

Якщо базові тарифи визначені по одному на різновид страхування:

$$\bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} = \left\{ \theta_{t_{i-1}, t_i}^1, \theta_{t_{i-1}, t_i}^2, \dots, \theta_{t_{i-1}, t_i}^{n_q} \right\}. \quad (2.2)$$

Якщо базові тарифи визначені на кожен програму страхування окремо:

$$\bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} = \left\{ \begin{array}{ccc} \theta_{t_{i-1}, t_i}^{1,1} & \dots & \theta_{t_{i-1}, t_i}^{1, n_q} \\ \dots & \dots & \dots \\ \theta_{t_{i-1}, t_i}^{n_{p,q}, 1} & \dots & \theta_{t_{i-1}, t_i}^{n_{p,q}, n_q} \end{array} \right\}. \quad (2.3)$$

Група однотипних договорів, як частина певної програми чи різновиду страхування цілком успадковує базовий тариф відповідно до програми чи різновиду.

*Сукупність факторів ризику* – це сукупність якісних характеристик об'єктів страхування (страхувальників чи їх майна) страхової організації, що для страхової організації є фактами, які здійснюють вплив на ризик. Для окремого різновиду страхування список цих факторів є індивідуальним.

Зважаючи на те, що усі об'єкти страхування у межах одного різновиду страхування успадковуються до об'єктів певного класу, то й списки якісних характеристик у них однакові, так само і з групами однотипних договорів. Отже, сукупність факторів ризику складаються з сукупності факторів ризику для певного виокремленого різновиду страхування:

$$H = \{H_1, H_2, \dots, H_{n_q}\}. \quad (2.4)$$

Кожна така сукупність має список факторів ризику, що використовуються під час страхування об'єкта страхування. В той же час певний з факторів ризику може мати одне з деяких значень, та тільки один для певного страхувальника у межах певного страхового договору, тобто:

$$H_q = \{H_q^1, \dots, H_q^m\} = \left\{ \begin{array}{ccc} h_q^{1,1} & \dots & h_q^{m,1} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_q^{1,i} & \dots & h_q^{1,j} \end{array} \right\}. \quad (2.5)$$

Для полегшення розуміння виразу (2.5) приведемо пояснювальний приклад сукупності факторів ризику, наприклад, для страхування від нещасного випадку:

$$H_q = \{Стать, Вік, Нас. пункт\} = \left\{ \begin{array}{ccc} \text{Чоловік} & \text{до 21 р.} & \text{Велике місто} \\ \text{Жінка} & \text{21-45 р.} & \text{Мале місто} \\ & \text{більше 45 р.} & \text{Смт} \end{array} \right\}. \quad (2.6)$$

Сукупність факторів ризику мають здатність змінюватись тільки під час дуже особливих випадків, а тому у межах цієї моделі сукупність факторів ризику будемо вважати незмінними.

Сукупність коефіцієнтів поправок відповідно до факторів ризиків є кількісним аналогом сукупності факторів ризику, та застосовується для

перетворення базового тарифу з метою враховувати фактори ризику для окремого страхувальника. Застосування коефіцієнтів поправок відповідно до факторів ризику надає системі тарифів гнучкості й зручності з метою унікальної тарифікації, щоб якомога відповідно обирати ціну певним страхувальникам. За допомогою цього втілюється в життя принцип унікального підходу до страхувальника, що робить можливим встановлювати знижки для надійніших та майже не ризиковим страхувальникам, і навпроти, робити набавки ненадійним страхувальникам. Отже, сукупність коефіцієнтів поправки відповідно до факторів ризиків являє собою захисним механізмом для страхової організації та шляхом заохочення надійних страхувальників.

Окремому елементу сукупності факторів ризику ставиться у відповідність окремий елемент сукупності коефіцієнтів поправки відповідно до факторів ризиків (їх також називають коригуючими коефіцієнтами), звідси маємо:

$$K_{t_{i-1}, t_i} = \left\{ K_{t_{i-1}, t_i}^1, K_{t_{i-1}, t_i}^2, \dots, K_{t_{i-1}, t_i}^{n_q} \right\}. \quad (2.7)$$

Де окремий елемент виглядає наступним чином:

$$K_{t_{i-1}, t_i}^q = \left\{ K_{t_{i-1}, t_i}^{q,1}, \dots, K_{t_{i-1}, t_i}^{q,m} \right\} = \left\{ \begin{array}{ccc} q_k^{1,1} & \dots & q_k^{m_q,1} \\ & & \\ \dots & \dots & \dots \\ q_k^{n_1,1} & \dots & q_k^{m_q, n_{m_q}} \end{array} \right\}. \quad (2.8)$$

Для полегшення сприйняття приведемо співвідношення між сукупностями факторів ризику та коригуючих коефіцієнтів:

$$H_q = \{Стать, Вік, Нас.пункт\} = \left\{ \begin{array}{lll} \text{Чоловік} & \text{до 21 р.} & \text{Велике місто} \\ \text{Жінка} & \text{21–45 р.} & \text{Мале місто} \\ & \text{більше 45 р.} & \text{Смт} \end{array} \right\} . \quad (2.9)$$

$$K^q_{t_{i-1}, t_i} = \left\{ \begin{array}{lll} 1.1 & 1.1 & 1.2 \\ 1 & 1 & 1 \\ & 1.2 & 0.9 \end{array} \right\}$$

По аналогії до (2.8) маємо можливість скласти сукупність коригуючих коефіцієнтів для певних програм страхування, якщо виникне така потреба.

Множина коригуючих коефіцієнтів може змінюватись у часі згідно рішень ТПР, а отже вона є такою сукупністю змінних, які піддаються керуванню.

Беручи (2.4) – (2.8), має змогу визначити, яким чином визначаються унікальні договори для окремих страхувальників.

Нехай, є деякий страхувальник (позначимо його індексом  $o$ ), який має намір укласти договір страхування  $q$ -го різновиду за програмою страхування  $p$ , при чому, його характеризує перелік значень факторів ризику, у відповідність якому відповідає визначений набір коригуючих коефіцієнтів:

$$K_o = \{k_o^1 = k_1, \dots, k_o^m = k_m\} \subset K_{t_{i-1}, t_i}^{p,q} . \quad (2.10)$$

Звідси, кінцевий тариф для певного договору обчислюється у вигляді добутку всіх коригуючих коефіцієнтів і відповідне значення базового тарифу:

$$\theta_o = \theta^{p,q} \cdot \prod_{i=1}^m k_o^i . \quad (2.11)$$

Варто звернути увагу на те, що під сегментом у межах даної моделі мається на увазі група клієнтів, яка має спільну множину характеристик (конкретний перелік значень факторів ризику, що властивий лише обраній групі страхувальників), що якісно виділяють їх посеред інших груп

страхувальників у межах різновиду страхування чи програми страхування. Таким чином, одні сегменти не мають характеристик інших.

Окрім цього, кожний сегмент у силу індивідуальності переліку значень факторів ризику має відповідний індивідуальний набір коригуючих коефіцієнтів. Також слід зауважити, що велика кількість сегментів, що є поширеним на практиці, дуже ускладнює обчислення [34].

## **2.2 Математична формалізація фінансових потоків страхової компанії, що використовуються в моделі**

На разі перейдемо до деталізації всіх фінансових потоків, що мають місце в моделі керування системою тарифів страхової компанії. Вони вже були описані в п.1.1 розділу 1, тому наразі будемо зупинятись тільки на математичній формалізації цих потоків.

Розпочнемо з потоку страхових премій –  $G_{t_{i-1}, t_i}$ . Оскільки модель розподілена у часі, значення потоків, і потік страхових премій також, фіксуються у певні інтервали часу. Мається на увазі, що під  $G_{t_{i-1}, t_i}$  будемо усвідомлювати суму премій, що належить деякому відрізку часу  $[t_{i-1}; t_i]$ , а її сума фіксується в деякий момент  $t$ .

Слід звернути увагу на те, що ми працюємо із визначеним інтервалом часу, коли премія зазвичай сплачується повністю і одразу після укладання договору страхування. Страхові випадки також фіксуються за певний інтервал. Через це, для співвідносності величин ми маємо користуватись визначенням не сумарної премії, а *заробленої премії* – це частина сумарної премії, що належить тільки обраному інтервалу часу, якщо припустити, що вона сплачується безперервно і рівномірно на протязі всього інтервалу дії договору. Цей показник широко розповсюджений і використовується для



визначення фінансового результату функціонування страхових організацій в визначений інтервал часу. Математично для окремого договору його можна визначити так:

Зароблена премія за період:

$$G_{t_{i-1}, t_i}^{o,s,p,q} = \begin{cases} \frac{t_{en} - t_{i-1}}{t_{en} - t_{st}} \cdot G^{o,s,p,q} & \text{при } t_{st} \leq t_{i-1}, t_{i-1} \leq t_{en} \leq t_i \\ \frac{t_i - t_{i-1}}{t_{en} - t_{st}} \cdot G^{o,s,p,q} & \text{при } t_{st} \leq t_{i-1}, t_{en} > t_i \\ G^{o,s,p,q} & \text{при } t_{i-1} \leq t_{st} \leq t_i, t_{i-1} \leq t_{en} \leq t_i \\ \frac{t_i - t_{st}}{t_{en} - t_{st}} \cdot G^{o,s,p,q} & \text{при } t_{st} \leq t_{i-1}, t_{en} > t_i \\ 0 & \text{при } [t_{st}; t_{en}] \cap [t_{i-1}; t_i] = \emptyset \end{cases}, \quad (2.12)$$

де  $G^{o,s,p,q}$  – сумарна премія за окремим договором страхування;

$[t_{st}; t_{en}]$  – часовий інтервал дії договору;

$[t_{i-1}; t_i]$  – часовий інтервал періоду, який аналізується.

Сумарна премія за окремим договором визначена за формулою:

$$G^{o,s,p,q} = I^{o,s,p,q} \cdot \theta^{p,q} \cdot \prod_{i=1}^m k_i^{o,s,p,q}, \quad (2.13)$$

де  $I^{o,s,p,q}$  – страхова сума за окремим договором;

$\theta^{p,q}$  – базовий тариф, що використовується до цього договору;

$k_i^{o,s,p,q}$  – коригуючі коефіцієнти до цього договору.

Тепер продовжимо по рівням діяльності страхової організації (див. рис.1.2) поступово агрегуючи потік страхових премій для кожного рівня діяльності організації:

- Для окремого сегмента:

$$G_{t_{i-1},t_i}^{s,p,q} = \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.14)$$

- Для окремої програми страхування:

$$G_{t_{i-1},t_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.15)$$

- Для окремого виду страхування:

$$G_{t_{i-1},t_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.16)$$

- Загалом по всій компанії:

$$G_{t_{i-1},t_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}. \quad (2.17)$$

Аналогічно до попереднього агреговані інші потоки, вони відрізняються у шляху розрахунку сум відповідних потоків для певних договорів, а тому для інших потоків будуть визначені лише структурні рівні і відповідні їм вирази.

Для потоку комісійних витрат:

- Для окремого договору:

$$C_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q} = c^{o,s,p,q} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.18)$$

- Для окремого сегмента:

$$C_{t_{i-1},t_i}^{s,p,q} = \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} c^{o,s,p,q} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.19)$$

- Для окремої програми страхування:

$$C_{t_{i-1},t_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} c^{o,s,p,q} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.20)$$

- Для окремого виду страхування:

$$C_{t_{i-1},t_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} c^{o,s,p,q} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.21)$$

- Загалом по всій компанії:

$$C_{t_{i-1},t_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} c^{o,s,p,q} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.22)$$

де  $c^{o,s,p,q}$  – відсоток комісійної винагороди, що стягується по певному страховому договору.

Для потоку податкових відрахувань:

- Для окремого договору:

$$N_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q} = v_{t_{i-1},t_i} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.23)$$

- Для окремого сегмента:

$$N_{t_{i-1},t_i}^{s,p,q} = v_{t_{i-1},t_i} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{s,p,q}, \quad (2.24)$$

- Для окремої програми страхування:

$$N_{t_{i-1},t_i}^{p,q} = v_{t_{i-1},t_i} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{p,q}, \quad (2.25)$$

- Для окремого виду страхування:

$$N_{t_{i-1},t_i}^q = v_{t_{i-1},t_i} \cdot G_{t_{i-1},t_i}^q, \quad (2.26)$$

- Загалом по всій компанії:

$$N_{t_{i-1},t_i} = v_{t_{i-1},t_i} \cdot G_{t_{i-1},t_i}, \quad (2.27)$$

де  $v_{t_{i-1},t_i}$  – відсоток від премії, що оподатковується, в  $t$ -момент часу.

Для потоку відрахувань на ведення справ та маркетинг:

- Для окремого договору:

$$D_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q} = D_{be_{t_{i-1},t_i}}^{o,s,p,q} + D_{m_{t_{i-1},t_i}}^{o,s,p,q} = (\alpha_{t_{i-1},t_i} + \beta_{t_{i-1},t_i}) \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.28)$$

- Для окремого сегмента:

$$D_{t_{i-1},t_i}^{s,p,q} = (\alpha_{t_{i-1},t_i} + \beta_{t_{i-1},t_i}) \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{s,p,q}, \quad (2.29)$$

- Для окремої програми страхування:

$$D_{t_{i-1},t_i}^{p,q} = (\alpha_{t_{i-1},t_i} + \beta_{t_{i-1},t_i}) \cdot G_{t_{i-1},t_i}^{p,q}, \quad (2.30)$$

- Для окремого виду страхування:

$$D_{t_{i-1},t_i}^q = (\alpha_{t_{i-1},t_i} + \beta_{t_{i-1},t_i}) \cdot G_{t_{i-1},t_i}^q, \quad (2.31)$$

- Загалом по всій компанії:

$$D_{t_{i-1},t_i} = (\alpha_{t_{i-1},t_i} + \beta_{t_{i-1},t_i}) \cdot G_{t_{i-1},t_i}, \quad (2.32)$$

де  $\alpha_{t_{i-1},t_i}$ ,  $\beta_{t_{i-1},t_i}$  – відсотки від премії, що стягуються на ведення справ та маркетингову діяльність відповідно.

Зрозуміло, що організація має всі дані про здійснені нею виплати по страховим зобов'язанням за певний відрізок часу. Отже, для потоку страхових виплат:

- Для окремого договору:

$$V_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n_v} ({}^i V_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}), n_v \geq 1, \\ 0, n_v = 0 \end{cases}, \quad (2.33)$$

де  ${}^i V_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}$  – виплати по страховим зобов'язанням по окремому страховому договору, що відбулися протягом інтервалу  $[t_{i-1}; t_i]$ ;

$n_v$  – кількість страхових випадків за договором, які відбулися на інтервалі  $[t_{i-1}; t_i]$  та за якими було ухвалене рішення про виплату.

- Для окремого сегмента:

$$V_{t_{i-1},t_i}^{s,p,q} = \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} V_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.34)$$

- Для окремої програми страхування:

$$V_{t_{i-1},t_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} V_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.35)$$

- Для окремого виду страхування:

$$V_{t_{i-1},t_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} V_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.36)$$

- Загалом по всій компанії:

$$V_{t_{i-1},t_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} V_{t_{i-1},t_i}^{o,s,p,q}. \quad (2.37)$$

За аналогією для суми резервів на момент  $t$ :

- Для окремого договору:

$$R_{t_i}^{o,s,p,q} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n_r} {}^i R_{t_i}^{o,s,p,q}, & n_r \geq 1, \\ 0, & n_r = 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

де  ${}^i R_{t_i}^{o,s,p,q}$  – резерви за конкретним договором страхування по окремим страховим випадкам, що сталися в період  $[t_{i-1}; t_i]$ , але по яким на момент часу  $t_i$  рішення щодо виплати ще не було прийняте.

$n_r$  – кількість страхових випадків по договору, що сталися в період  $[t_{i-1}; t_i]$ , але по яким на момент часу  $t_i$  рішення щодо виплати ще не було прийняте [34].

- Для окремого сегмента:

$$R_{t_i}^{s,p,q} = \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} R_{t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.39)$$

- Для окремої програми страхування:

$$R_{t_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} R_{t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.40)$$

- Для окремого виду страхування:

$$R_{t_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} R_{t_i}^{o,s,p,q}, \quad (2.41)$$

- Загалом по всій компанії:

$$R_{t_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} \sum_{o=1}^{n_{o,s,p,q}} R_{t_i}^{o,s,p,q}. \quad (2.42)$$

### 2.3 Дискретна модель оптимального керування тарифікаційною системою страхової компанії з некерованою множиною коригуючих коефіцієнтів

На разі, коли процес формування потоків на всіх структурних рівнях діяльності страхової організації визначено, маємо можливість представити дискретну модель керування системою тарифів страхової компанії.

*Фазовими змінними, як було визначено вище, приймаємо сукупність базових тарифів* страхової організації, загальний вигляд якої був приведений в (2.2) та (2.3). Сукупність коефіцієнтів поправок на фактори ризику (2.6)-(2.8) у межах обраної моделі було прийнято незмінними у часі, а отже, керування нею не здійснюється.

По-перше, слід вказати мету здійснення керування системою тарифів, а також критерій оптимальності прийнятого рішення. Зрозуміло, що перше, що одразу спадає на думку є необхідність прийняття такі рішення, за яких збільшення обсягів капіталу страхової організації було б постійним.

За цієї необхідності нам допоможе така потокова модель, яка витікає з рис.1.1 та визначень відповідних потоків висвітлених раніше у (2.10) – (2.42):

$$X_{t_i} = X_{t_{i-1}} + (G - C - N - D - V)_{t_{i-1}, t_i} - R_{t_i} \cdot \quad (2.43)$$

Значення капіталу на початку інтервалу  $X_{t_{i-1}}$  вважатимемо відомим. Тоді, за визначенням (2.43) маємо змогу спостерігати динаміку капіталу страхової організації.

Проте, на думку автора, доцільніше використати такий відсотковий показник, що має назву *комбінований коефіцієнт збитковості*, який є широко розповсюдженим показником та є загальноприйнятим у міжнародній практиці щодо оцінки збитковості загального портфеля договорів страхування чи його частини. Він представляє собою відношення до суми заробленої премії таких

значень, як сума витрат за страховими випадками та інші витрати, що не пов'язані зі страховими випадками [33]. Значення комбінованого коефіцієнту збитковості обчислюється за обраний період на основі грошових потоків (2.10)-(2.42), що мали місце на цьому інтервалі часу. Комбінований коефіцієнт збитковості через  $\mu$  наступним чином:

$$\mu_{t_{i-1}, t_i} = \frac{(C + N + D + V)_{t_{i-1}, t_i} + R_{t_i}}{G_{t_{i-1}, t_i}}, \quad (2.44)$$

де  $\mu_{t_{i-1}, t_i} \geq 0$  - комбінований коефіцієнт збитковості, розрахований за період часу  $[t_{i-1}; t_i]$ .

Оскільки потік заробленої премії на інтервалі  $[t_{i-1}; t_i]$  від діяльності, пов'язаної зі страхуванням,  $G_{t_{i-1}, t_i}$  та залежні від нього потоки повністю вираховуються системою тарифів страхової організації, зокрема і сукупністю базових тарифів, а отже й комбінований коефіцієнт збитковості повністю розраховується системою тарифів.

Розглянемо наступні можливі значення даного показника:

- $\Delta X_{t_{i-1}, t_i} > 0$  при  $\mu_{t_{i-1}, t_i} \leq 1$  – сума доходів організації більше за витрати її витрати, тому капітал збільшується тим швидше, чим ближче  $\mu_{t_{i-1}, t_i}$  до 0.
- $\Delta X_{t_{i-1}, t_i} = 0$  при  $\mu_{t_{i-1}, t_i} = 1$  – сума доходів організації дорівнює її витратам, обсяги капіталу не змінюються (стан беззбитковості).
- $\Delta X_{t_{i-1}, t_i} < 0$  при  $\mu_{t_{i-1}, t_i} > 1$  – сума доходів компанії менша аніж її витрати, обсяги капіталу скорочуються тим швидше, чим далі  $\mu_{t_{i-1}, t_i}$  від 1.

Отже, на відміну від (2.43), комбінований коефіцієнт збитковості дає змогу зрозуміти як ефективно страхова організація здійснює свою діяльність, наскільки її прибуток віддалений від точки беззбитковості.



Охарактеризуємо, в чому полягає управління. Управління здійснюється шляхом впливу базові тарифи та може бути визначена наступною системою рівнянь (у випадку системи тарифів, описаної в (2.2)):

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{t_i, t_{i+1}}^1 = \theta_{t_{i-1}, t_i}^1 + u_{t_i}^1 \\ \dots \\ \theta_{t_i, t_{i+1}}^{n_q} = \theta_{t_{i-1}, t_i}^{n_q} + u_{t_i}^{n_q} \end{array} \right. , \quad (2.45)$$

або у векторній формі:

$$\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}} = \bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} + \bar{u}_{t_i} . \quad (2.46)$$

В такому випадку, базові тарифи можуть змінюватись тільки у певних рамках. Причини існування таких рамок може бути декілька:

- Державна політика врегулювання цін на послуги страхування;
- Ці рамки диктуються ринковою ситуацією, а також конкуренцією;
- Також рамки можуть бути нав'язані посередниками зі страхування, партнерами страхової організації, тощо.

Отже, визначені обмеження накладають рамки і на управління. При чому обмеження на базові тарифи також є актуальними лише на певному інтервалі часу, оскільки можуть іноді переглядатись державними органами, що здійснюють нагляд щодо функціонування фінансових установ, керівництвом організації, її бізнес-партнерами та інші. Отже необхідно враховувати це в моделі.

В векторній вираженні можемо записати обмеження на тарифи наступним чином:

$$\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}}^{\min} \leq \bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} + \bar{u}_{t_i} \leq \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}}^{\max} . \quad (2.47)$$

Оскільки існує безліч способів підібрати управління для досягнення бажаного рівня беззбитковості  $0 \leq \mu_{t_i, t_{i+1}} < 1$ , введемо додатково критерій якості:

$$J = \sum_j (\theta_{t_i, t_{i+1}}^j - \theta_{t_{i-1}, t_i}^j)^2 = \sum_j (u_{t_i}^j)^2 \rightarrow \min . \quad (2.48)$$

Введений критерій якості має таке значення – організація бажає отримати бажаного результат шляхом найменшого втручання до системи тарифів. Введення такого критерію якості у тому, аби отримати необхідний результат за допомогою найменшим втручанням до системи шляхом управлінського впливу. Так будь-яка інша економічна система, страхова організація погано реагує на різкі зміни тарифів, до котрого може призвести ухвалене рішення щодо системи тарифів. Тобто, дуже сильний управлінський вплив на систему тарифів може призвести до виходу зі стану рівноваги всю організацію. Такий наслідок можна пояснити наступним чином: значне підвищення тарифів може призвести до рівного по силі відтоку клієнтів, що призведе до сталих втрат обсягів страхових премій; значне зниження тарифів призведе до того, що організація матиме більший ризик недоотримання премій, які необхідні для виконання своїх зобов'язань по страховим випадкам, а також надмірне залучення страхувальників в цій ситуації тільки створює додаткові ризики щодо виникнення нових випадків, за якими організація має виконувати страхові зобов'язання. Звідси, при управлінні системою тарифів необхідно дотримуватись «золотої середини». На думку автора, критерій якості вигляду (2.48) дає змогу це зробити.

Користуючись (2.44) – (2.48), можемо сформувати вигляд дискретної моделі оптимального управління системою тарифів страхової організації. При чму для обчислення оптимального значення базових тарифів та відповідного управління, через який вони досягаються, використаємо значеннями потоків (2.10) – (2.42) взятими на інтервалі  $[t_{i-1}; t_i]$ , але за замість базових значень

тарифів, що використовувались на чому проміжку часу підставляємо оптимальні тарифи. Використовуючи оптимальні значення базових тарифів модель досягає оптимального рівня комбінованого коефіцієнта збитковості. Отже, модель потребує пошук таких значень базових тарифів, що за інших подібних умов при застосуванні їх до певного інтервалу  $[t_{i-1}; t_i]$ , що спостерігається, дозволили б організації досягнути оптимального значення комбінованого коефіцієнта збитковості.

Будемо вважати, що розраховані оптимальні базові тарифи і відповідні їм оптимальні значення управління, за допомогою яких будуть досягнуті оптимальні базові тарифи, надалі використовуватимемо протягом наступного проміжку часу  $[t_i; t_{i+1}]$ . Тобто:

$$\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}} = \bar{\theta}^* . \quad (2.49)$$

Отже, отримано модель вигляду (2.50) (модель наводиться у форматі представлення запропонованому у відповідній літературі [25]). Слід взяти до уваги, що критерій мінімізації керуючого впливу і критерій мінімізації комбінованого коефіцієнту збитковості протилежно направлені, оскільки для мінімізації збитковості необхідно було б максимально збільшити значення тарифів.

$$\begin{aligned} J = \sum_j (u_{t_i}^j)^2 \rightarrow \min \\ \mu = \frac{C(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i} + N(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i} + D(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i}}{G(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i}} + \\ + \frac{V_{t_{i-1}, t_i} + R_{t_i}}{G(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i}} \rightarrow \min \quad . \quad (2.50) \\ \left\{ \begin{array}{l} \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}} = \bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} + \bar{u}_{t_i} \\ \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}}^{\min} \leq \bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} + \bar{u}_{t_i} \leq \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}}^{\max} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Отже, у запропонованій моделі (2.50) в загальному випадку не існує

рішення, яке б дозволило обом критеріям досягнути свого найбільшого значення, в силу їх суперечності.

Щоб запобігти даній суперечності критеріїв та спростити розв'язок задачі оптимального управління у межах моделі (2.50), встановимо необхідне значення комбінованого коефіцієнта збитковості, спираючись на яке буде відбуватись управління. Для цього визначено такий рівень збитковості шляхом від оберненого – встановимо необхідний рівень прибутковості. Позначимо необхідний рівень прибутковості в наступному проміжку часу як  $\eta_{t_i, t_{i+1}}^*$ , а відповідний йому необхідний рівень збитковості як  $\mu_{t_i, t_{i+1}}^*$ . Таким чином, на критерій оптимальності організації маємо накласти наступне обмеження:

$$\mu \leq \mu_{t_i, t_{i+1}}^* = 1 - \eta_{t_i, t_{i+1}}^* . \quad (2.51)$$

Використовуючи подану нерівність, переписано модель керування (2.50) із врахуванням (2.51) відповідно до (2.52) шляхом.

$$\begin{aligned} J &= \sum_j (u_{t_i}^j)^2 \rightarrow \min \\ \mu &= \frac{C(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i} + N(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i} + D(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i}}{G(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i}} + \\ &+ \frac{V_{t_{i-1}, t_i} + R_{t_i}}{G(\bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}})_{t_{i-1}, t_i}} \leq 1 - \eta_{t_i, t_{i+1}}^* . \quad (2.52) \\ &\left\{ \begin{array}{l} \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}} = \bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} + \bar{u}_{t_i} \\ \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}}^{\min} \leq \bar{\theta}_{t_{i-1}, t_i} + \bar{u}_{t_i} \leq \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}}^{\max} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Задачі виду (2.52) не містять у собі протилежності критеріїв, яка за будь-яких рівних умов робить неможливе досягнення оптимального розв'язку. Але про одне слід пам'ятати, оптимального розв'язку навіть в такому варіанті моделі (2.52) може не існувати, якщо станеться ситуація, коли необхідне

значення комбінованого коефіцієнта збитковості буде не досяжним у межах обмежень, накладених на управління.

Як було визначено раніше, результатом використання моделі є вектор оптимального управління, який визначає оптимальні базові тарифи для наступного застосування [34]:

$$\bar{\theta}^* = \bar{\theta}_{t_i, t_{i+1}}, \bar{u}^* = \bar{u}_{t_i} . \quad (2.53)$$

## **2.4 Математична формалізація попиту клієнтів страхової компанії, що використовується в моделі**

Раніше йшла мова про керування страховою компанією та її тарифікаційною системою виключно з погляду страховика про утримання заданого рівня беззбитковості. Однак, щоб страхова компанія функціонувала належним чином, їй потрібно постійно уклади нові договори страхування, залучати нових клієнтів, щоб ефективно вести свою діяльність. Отже, потрібно встановити кількість клієнтів яку необхідно залучити для того, щоб успішно вести свою діяльність. Це необхідно для того, щоб потік страхових премій від всього портфелю договорів компанії постійно поповнювався, оскільки деякі договори вилучаються з нього після закінчення часу їх дії. У випадку, коли портфель страхової компанії невпинно зменшується, темп приросту прибутку компанії постійно спадає, це призводить до необхідності підвищення тарифів, що в свою чергу породжує втрату конкурентоспроможності, зменшення рівня забезпеченості капіталу компанії, а відповідно і її можливість здійснювати виплати по страховим випадкам.

Для початку необхідно визначити багаторівневу структуру ринку споживачів страхових послуг. Такою будемо розуміти сукупність рівнів, в

розмірності яких можна розглядати роботу страхувальника. На мою думку, є чотири таких рівня, а саме:

- I рівень – весь споживчий ринок страхових послуг за якими страхова компанія здійснює свою діяльність, включаючи всі види страхування, за якими можливо укласти договори.
- II рівень – споживчий ринок окремих видів страхування. За об'єктами страхування здійснюється галузева специфікація. Деталізацію об'єктів страхування характеризують виділення окремих видів страхування[8].
- III рівень – споживчий ринок окремих програм страхування в межах виду страхування.
- IV рівень – ринок окремих сегментів споживачів страхових послуг.

Для наочного представлення вище висловленої думки, всі рівні схематично зображені на рис 1.3.



Рисунок 1.3 – Схема структурних рівнів ринку споживачів послуг страхової компанії

Подана вище схема є важливою для пояснення того, що ринок споживачів послуг страхової компанії можна розглядати як деревовидну структуру, в кожний рівень може бути розглянутий як сукупність нижчих рівнів, йому підвладних, так і окремо.

Наразі перейдемо до розгляду попиту на ринку страхових послуг. Варто зауважити, що ми маємо справу з визначеним періодом часу. Для зручності введемо позначення періодів часу:

$$\xi_i = [t_{i-1}, t_i]. \quad (2.54)$$

Вважатимемо, що кількість клієнтів  $Q$ , які створюють попит на ринку залежить від значень тарифів страхової компанії і задається деякою неперервною спадною функцією  $f(\theta)$ :

- Для окремого сегменту:

$$Q_{\xi_i}^{s,p,q} = f(\theta), \quad (2.55)$$

- Для окремої страхової програми:

$$Q_{\xi_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Q_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.56)$$

- Для окремого виду страхування:

$$Q_{\xi_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Q_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.57)$$

- Загалом по всій компанії:

$$Q_{\xi_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Q_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.58)$$

де  $Q^{s,p,q}$  – кількість клієнтів в сегменті  $s$ , що мають можливість заключити договір страхування за програмою  $p$  виду страхування  $q$ . Кількість можливих клієнтів фіксується на кінцях кожного періоду  $\xi_i$ .

Відтепер, маючи інформацію про кількісний розмір страхового ринку, перейдемо до визначення потенційної кількості нових клієнтів  $Qpt$  страхової компанії. Цілком очевидно, що це можна задати як добуток імовірності залучення клієнтів  $p(\theta)$ , що залежить від значень тарифу, та кількості клієнтів  $Q$ , що створюють попит на ринку страхових послуг:

- Для окремого сегменту:

$$Qpt_{\xi_i}^{s,p,q} = p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i} \cdot Q_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.59)$$

- Для окремої страхової програми:

$$Qpt_{\xi_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Qpt_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.60)$$

- Для окремого виду страхування:

$$Qpt_{\xi_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Qpt_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.61)$$

- Загалом по всій компанії:

$$Qpt_{\xi_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Qpt_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.62)$$

де  $p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i}$  – ймовірність залучення клієнтів в сегменті  $s$ , що мають можливість заключити договір страхування за програмою  $p$  виду страхування  $q$ . Ймовірність залучення та потенційна кількість клієнтів фіксується на кінцях кожного періоду  $\xi_i$ .



Слід зауважити, що на практиці не є можливим точно визначити ймовірність залучення клієнтів, а тому можливо розрахувати лише частоти заключення договорів страхування:

- Для окремого сегменту:

$$p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i}^* = \frac{d^{s,p,q}_{\xi_0,\xi_i}}{g^{s,p,q}_{\xi_0,\xi_i}}, \quad (2.63)$$

- Для окремої страхової програми:

$$p^{p,q}(\theta)_{\xi_i}^* = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i}^*, \quad (2.64)$$

- Для окремого виду страхування:

$$p^q(\theta)_{\xi_i}^* = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i}^*, \quad (2.65)$$

- Загалом по всій компанії:

$$p(\theta)_{\xi_i}^* = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i}^*, \quad (2.66)$$

де  $d^{s,p,q}_{\xi_0,\xi_i}$  – загальна кількість залучених клієнтів в сегменті  $s$ , що заключили договір страхування за програмою  $p$  виду страхування  $q$  за весь досліджуваний період  $[\xi_0; \xi_i]$ ;

$g^{s,p,q}_{\xi_0,\xi_i}$  - загальна кількість клієнтів, що мали намір заключити договір страхування в сегменті  $s$  за програмою  $p$  виду страхування  $q$  за весь досліджуваний період  $[\xi_1; \xi_i]$ .

Відтепер визначення потенційної кількості нових клієнтів  $Q_{pt}$  страхової компанії набуде наступного вигляду:

- Для окремого сегменту:

$$Qpt_{\xi_i}^{s,p,q} = p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i}^* \cdot Q_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.67)$$

- Для окремої страхової програми:

$$Qpt_{\xi_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Qpt_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.68)$$

- Для окремого виду страхування:

$$Qpt_{\xi_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Qpt_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.69)$$

- Загалом по всій компанії:

$$Qpt_{\xi_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} Qpt_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.70)$$

де  $p^{s,p,q}(\theta)_{\xi_i}^*$  – частоти укладання договорів страхування клієнтами  $s$  сегменту ринку за програмою  $p$  виду страхування  $q$ . Частоти залучення та потенційна кількість клієнтів фіксується на кінцях кожного періоду  $\xi_i$ .

Тепер перейдемо до визначення ємності ринку страхової компанії, тобто розміру реалізації послуг страхування як на окремих структурних рівнях, так і в загальному вигляді. Встановимо, що ємність ринку  $E$ , є добутком середніх значень страхових премій  $G$  та потенційної кількості нових клієнтів компанії  $Qpr$ , які отримують послуги страхування на певних структурних рівнях страхового ринку. Формалізуємо це наступним чином:

- Для окремого сегменту:

$$E_{\xi_i}^{s,p,q} = G_{\xi_i}^{s,p,q} \cdot Qpt_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.71)$$

- Для окремої страхової програми:

$$E_{\xi_i}^{p,q} = \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} E_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.72)$$

- Для окремого виду страхування:

$$E_{\xi_i}^q = \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} E_{\xi_i}^{s,p,q}, \quad (2.73)$$

- Загалом по всій компанії:

$$E_{\xi_i} = \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_{p,q}} \sum_{s=1}^{n_{s,p,q}} E_{\xi_i}^{s,p,q}. \quad (2.74)$$

Так як динаміка попиту на ринку страхових послуг та очікувані усереднені значення потоків страхових премій повністю визначаються тарифікаційною системою страхової компанії, а саме базовими тарифами, то і емність ринку загалом встановлюється тарифікаційною системою.

Розглянемо, яких значень може набувати даний показник:

- $\Delta X_{\xi_i} > 0$ , при  $E_{\xi_i} > V_{\xi_i} + R_{\xi_i}$  – страхові премії від залучених клієнтів в сумі більші за суму неконтрольованих витрат компанії, чим більше  $E_{\xi_i}$  від  $V_{\xi_i} + R_{\xi_i}$ , тим швидше збільшується капітал компанії.
- $\Delta X_{\xi_i} = 0$ , при  $E_{\xi_i} = V_{\xi_i} + R_{\xi_i}$  – страхові премії від залучених клієнтів в сумі відповідають сумі неконтрольованих витрат компанії, точка безбитковості.
- $\Delta X_{\xi_i} < 0$ , при  $E_{\xi_i} < V_{\xi_i} + R_{\xi_i}$  – страхові премії від залучених клієнтів в сумі менші за суму неконтрольованих витрат компанії, чим менше  $E_{\xi_i}$  від  $V_{\xi_i} + R_{\xi_i}$ , тим швидше зменшується капітал компанії.

Цілком очевидно, що будь яка страхова компанія, буде підтримувати певний рівень очікуваної реалізації своїх послуг, а також намагатися його

збільшувати з часом. Підвищення темпів збільшення очікуваної реалізації послуг ззовні пов'язане зі збільшенням темпів інфляції, підвищенням рівня конкуренції, появою нових рішень в сфері організації та управління страхових компаній.

Відповідно, для використання даного показника необхідно мати інформацію про середні розміри страхових сум, орієнтовані значення базових тарифів усереднені значення коефіцієнтів поправки на фактори ризику, частоти укладання договорів з клієнтами компанії та визначити функцію зміни кількості можливих клієнтів в залежності від значень тарифів. Тепер на основі моделі (2.52) та визначення ємності ринку для страхової компанії (2.54-2.74), сформулюємо модифіковану модель, аналогічно з міркуваннями представленими у попередніх розділах:

$$\begin{aligned}
 J &= \sum_j (u_{\xi_i}^j)^2 \rightarrow \min \\
 \mu &= \frac{C(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + N(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + D(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}{G(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i}} \leq 1 - \eta_{\xi_{i+1}}^* \\
 E &= G(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} \cdot p_{\xi_i}^* \cdot Q(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} \rightarrow \max \\
 &\begin{cases} \bar{\theta}_{\xi_{i+1}} = \bar{\theta}_{\xi_i} + \bar{u}_{\xi_i} \\ \bar{\theta}_{\xi_{i+1}}^{\min} \leq \bar{\theta}_{\xi_i} + \bar{u}_{\xi_i} \leq \bar{\theta}_{\xi_{i+1}}^{\max} \end{cases}
 \end{aligned} \quad (2.75)$$

Результатом обчислень, проведених за допомогою моделі виду (2.75) є отримання оптимальних значень  $J^*$ ,  $\mu^*$ ,  $E^*$  та відповідних їм оптимальних значень базових тарифів  $\theta^*$  та змінних керування  $u^*$ .

Варто зауважити, що напрям другого критерію оптимальності цілком залежить від заданої функції попиту. Це може призвести до наступних випадків:

- Функція попиту спадає повільно і від підвищення значень тарифів кількість клієнтів зменшується незначним чином. В цьому випадку другий критерій якості  $E$  є одно напрямленим з першим  $\mu$  і протилежно напрямлений до критерію якості  $J$ . А отже, при такій суперечності критеріїв, за будь-яких

умов робить неможливим знаходження оптимального розв'язку. В даній ситуації необхідно накласти обмеження на другий критерій оптимальності, аналогічно до критерію оптимальності моделі виду (2.52);

- Функція попиту спадає нормально або швидко і підвищення значень тарифів призводить до відповідного відтоку потенційних клієнтів. В цьому випадку другий критерій оптимальності  $E$  та критерій якості є однонаправленими, а пошук оптимального розв'язку можливий в межах обмежень накладених на значення тарифів. Накладення обмеження на другий критерій якості все ж є виправданим, оскільки він забезпечить мінімально необхідне значення реалізації послуг компанії.

Отже, в такому разі другий критерій оптимальності має відповідати наступній умові:

$$E \leq E^*, \quad (2.76)$$

а модель (2.76) набуде наступного вигляду:

$$\begin{aligned} J &= \sum_j (u_{\xi_i}^j)^2 \rightarrow \min \\ \mu &= \frac{C(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + N(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + D(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}{G(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i}} \leq 1 - \eta_{\xi_{i+1}}^* \\ E &= G(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} \cdot p_{\xi_i}^* \cdot Q(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} \geq E^* \\ &\begin{cases} \bar{\theta}_{\xi_{i+1}} = \bar{\theta}_{\xi_i} + \bar{u}_{\xi_i} \\ \bar{\theta}_{\xi_{i+1}}^{\min} \leq \bar{\theta}_{\xi_i} + \bar{u}_{\xi_i} \leq \bar{\theta}_{\xi_{i+1}}^{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Детальний аналіз розв'язку моделі виду (2.77) буде наведено у наступному підрозділі.

## 2.5 Аналіз розв'язків моделі з використанням визначеної функції попиту

Для аналізу розв'язків даної моделі було обрано степеневу функцію попиту вигляду:

$$Q_{\xi_i}^{s,p,q} = A \cdot \theta_{\xi_i}^{-b}, \quad (2.78)$$

де  $A > 0$ ,  $b > 0$  – стала величина, що рівна степені при  $\theta$ , тобто еластичність попиту дорівнює  $-b$ .

При використанні функції попиту виду (2.79) модель (2.78) матиме наступні розв'язки окремо для кожного тарифу:

$$\begin{aligned} J &= (u_{\xi_i})^2 \rightarrow \min \\ \mu &= \frac{C(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + N(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + D(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}{G(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i}} \leq 1 - \eta_{\xi_{i+1}}^* \\ E &= I \cdot (\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A \cdot (\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i}^{-b} \geq E^* \\ &\begin{cases} \theta_{\xi_{i+1}} = \theta_{\xi_i} + u_{\xi_i} \\ \theta_{\xi_{i+1}}^{\min} \leq \theta_{\xi_i} + u_{\xi_i} \leq \theta_{\xi_{i+1}}^{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Виконаємо наступні перетворення для першого критерію оптимальності:

$$\begin{aligned} \frac{c \cdot G(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + v \cdot G(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + (\alpha + \beta) \cdot G(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}{G(\theta_{\xi_{i+1}})_{\xi_i}} &\leq 1 - \eta_{\xi_{i+1}}^*, \\ \frac{1}{\theta_{\xi_{i+1}}} &\leq \frac{(1 - \eta_{\xi_{i+1}}^* - c - v - \alpha - \beta) \cdot I \cdot k}{V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}. \end{aligned}$$

Для першого критерію оптимальності значення тарифу буде знаходитись в наступних межах:

$$\theta_{\xi_{i+1}} \leq \frac{V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}{(1 - \eta_{\xi_{i+1}}^* - c - v - \alpha - \beta) \cdot I \cdot k}. \quad (2.80)$$

Виконаємо наступні перетворення для другого критерію оптимальності:

$$\begin{aligned} I \cdot (\theta_{\xi_{i+1}}) \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A \cdot (\theta_{\xi_{i+1}})^{-b} &\geq E^*, \\ (\theta_{\xi_{i+1}}) \cdot (\theta_{\xi_{i+1}})^{-b} &\geq I \cdot E^* \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A, \\ (\theta_{\xi_{i+1}})^{1-b} &\geq \frac{E^*}{I \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A}. \end{aligned}$$

Тепер величина тарифу залежить від  $b$  та може набувати двох різних значень:

1)  $1 - b > 0, b > 0$ :

$$\theta_{\xi_{i+1}} \geq \left( \frac{E^*}{I \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A} \right)^{\frac{1}{1-b}}, \quad (2.81)$$

2)  $1 - b < 0$ :

$$\theta_{\xi_{i+1}} \leq \frac{1}{\left( \frac{E^*}{I \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A} \right)^{\frac{1}{1-b}}}. \quad (2.82)$$

Зауважимо, що при  $b = 1$ , за обраної функції попиту нерівність розв'язку не має.

Отже, для спрощення використання моделі вигляду (2.77) у впровадженні в комп'ютеризовані системи напишемо визначенні обмеження (2.80-2.82) відносно змінних керування:

$$\begin{aligned}
& J = \sum_j (u_{\xi_i}^j)^2 \rightarrow \min \\
& \mu = \frac{C(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + N(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + D(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} + V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}{G(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i}} \leq 1 - \eta_{\xi_{i+1}}^* \\
& E = G(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} \cdot p_{\xi_i}^* \cdot Q(\bar{\theta}_{\xi_{i+1}})_{\xi_i} \geq E^* \\
& \left\{ \begin{array}{l}
\bar{\theta}_{\xi_{i+1}} = \bar{\theta}_{\xi_i} + \bar{u}_{\xi_i} \\
\bar{\theta}_{\xi_{i+1}}^{\min} \leq \bar{\theta}_{\xi_i} + \bar{u}_{\xi_i} \leq \bar{\theta}_{\xi_{i+1}}^{\max} \\
\theta_{\xi_{i+1}} \leq \frac{V_{\xi_i} + R_{\xi_i}}{(1 - \eta_{\xi_{i+1}}^* - c - v - \alpha - \beta) \cdot I \cdot k} \\
\theta_{\xi_{i+1}} \geq \left( \frac{E^*}{I \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A} \right)^{\frac{1}{1-b}}, 0 < b < 1 \\
\theta_{\xi_{i+1}} \leq \frac{1}{\left( \frac{E^*}{I \cdot k \cdot p_{\xi_i}^* \cdot A} \right)^{\frac{1}{1-b}}}, b > 1 \\
\emptyset, b = 1
\end{array} \right. \quad . \quad (2.83)
\end{aligned}$$

Отримана модель придатна для використання у автоматизованих системах збору та обробки інформації страхової компанії.



### 3 ВИКОРИСТАННЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 3.1 Використання отриманих результатів

Для демонстрації можливостей отриманої дискретної моделі оптимального керування тарифікаційною системою СК без врахування попиту клієнтів виду (2.52) та з урахуванням попиту виду (2.83) поставимо наступну задачу.

Нехай, маємо страхову компанію, що займається ризиковим страхуванням, в тому числі і обов'язковим страхуванням цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів (далі ОСЦПВВНЗ). ОСЦПВВНЗ передбачає страховий захист майна та здоров'я потерпілих внаслідок ДТП [13].

Аналітичний відділ зазначеної організації займається переглядом системи тарифів організації на щоквартальній основі з метою підтримання портфеля страхових договорів ОСЦПВВНЗ в межах допустимого рівня збитковості. Допустимий рівень збитковості визначимо на рівні  $\mu^* \leq 0.9$ .

При цьому, компанія надає послуги страхування за трьома програмами страхування представленими в таблиці 2.1 нижче.

Таблиця 2.1 – Опис програм страхування

№	Назва	Призначення
1	"Легковий автомобіль"	страхування легкового транспорту, мотоциклів, моторолерів та причепів до авто
2	"Вантажний автомобіль"	страхування мало- та багато тонних вантажівок, причепів до вантажівок
3	"Пасажирський автомобіль"	страхування легкового транспорту та автобусів, що використовуються для перевезень пасажирів

Поділ договорів на програми за принципом, приведеним в таблиці 2.1 відповідає загальним принципам поділу ризиків за типом транспортного засобу і його використанням, приведеним в діючому документі, що регламентує даний вид страхування в Україні – Розпорядження Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг України «Про деякі питання здійснення ОСЦПВВНТЗ» [5].

Система тарифів для зазначених програм також цілком взята зі згаданого вище документа. Зокрема, документ містить відомості про діючий розмір базових тарифів ОСЦПВВНЗ, а також перелік та дозволені межі коригуючих коефіцієнтів. Однак, в силу значного розміру, табличне представлення тарифікаційної системи для зазначених в таблиці 2.1 програм наведено в додатку А даної роботи. Тут буде наведено лише компактний вигляд тарифікаційної системи у вигляді множин фазових змінних виду (2.46), їх приведено нижче в таблицях 2.2 і 2.3. При цьому, початкові значення фазових змінних (базові тарифи і коригуючі коефіцієнти) покладені рівними мінімальним допустимим.

Таблиця 2.2 – Початковий вигляд множини фазових змінних

$\theta_0$						
180	180	180	0	0	0	0
1	1.14	1.18	1.82	0.34	0.68	0.34
2	2.18	0.5	0	0	0	0
1	1.14	1.18	1.82	2.55	3	0
3.2	1	2.3	1.8	1.3	1	2
3.2	1	2.3	1.8	1.3	1	2
3.2	1	2.3	1.8	1.3	1	2
1	1.1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1.1	1.1	0	0	0	0
1.27	1	1.2	0	0	0	0
1.27	1	1.2	0	0	0	0
1.27	1	1.2	0	0	0	0
1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
2	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0

Перший рядок множин, зображених в таблиці 2.2 та 2.3 відображає початкові значення базових тарифів та межі їх зміни. Враховуючи, що згідно законодавства України [5] базові тарифи та деякі коригуючі коефіцієнти змінам збоку страхових компаній не підлягають, їх значення фіксуються відповідним чином в таблиці 2.3. Також, множини в таблицях 2.2 та 2.3 містять елементи, які не приймають участі в розрахунках і введені лише для надання множинам рівної форми, такі елементи позначені «нулями».

У відповідність кожному елементу таблиці 2.2 ставиться по одній змінній керування. В силу не інформативності, множину керуючих змінних з переліком їх буквених назв окремо наводити дану множину не будемо.

Множина фазових змінних (таблиця 2.2) буде змінюватись з періоду в період внаслідок комплексного перерахунку значень всіх не фіксованих фазових змінних за допомогою дискретних моделей оптимального керування виду (2.52) та (2.83)

Таблиця 2.3 – Множини мінімальних та максимальних значень фазових змінних

$\theta_{min}$							$\theta_{max}$						
180	180	180	0	0	0	0	180	180	180	0	0	0	0
1	1.14	1.18	1.82	0.34	0.68	0.34	1	1.14	1.18	1.82	0.34	0.68	0.34
2	2.18	0.5	0	0	0	0	2	2.18	0.5	0	0	0	0
1	1.14	1.18	1.82	2.55	3	0	1	1.14	1.18	1.82	2.55	3	0
3.2	1	2.3	1.8	1.3	1	2	4.8	2.5	3.5	2.8	2.5	1.6	4
3.2	1	2.3	1.8	1.3	1	2	4.8	2.5	3.5	2.8	2.5	1.6	4
3.2	1	2.3	1.8	1.3	1	2	4.8	2.5	3.5	2.8	2.5	1.6	4
1	1.1	1	0	0	0	0	1	1.4	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1.1	1.1	0	0	0	0	1	1.4	1.5	0	0	0	0
1.27	1	1.2	0	0	0	0	1.76	1.76	1.2	0	0	0	0
1.27	1	1.2	0	0	0	0	1.76	1.76	1.2	0	0	0	0
1.27	1	1.2	0	0	0	0	1.76	1.76	1.2	0	0	0	0
1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
2	1	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0

Крім страхової компанії, в ринкових відносинах також приймають участь клієнти страхової компанії, які захищають власні інтереси. В рамках задачі, яка розв'язується, будемо вважати, що клієнти на ринку діють за логікою описаною в попередньому підрозділі формулами (2.55)-(2.83). Тобто, будемо вважати, що попит клієнтів орієнтується на середнє значення тарифів і відповідно до того посилюють або послаблюють попит на послуги компанії.

Для того, щоб логіка дій страхової компанії з одного боку, та її клієнтів – з іншого була зрозуміла, визначимо основні положення моделі поведінки обох сторін у порівняльну таблицю 2.4. В рамках даної задачі припускаємо, що страхова компанія та її клієнти діють відповідно до написаного в таблиці 2.4 і мають ефективні важелі впливу на ринкову ситуацію та всю необхідну інформацію для прийняття відповідних рішень та досягнення своєї мети.

Також, враховуючи обмежений доступ до даних реальних страхових компаній, а також необхідність проведення розрахунків з відслідковуванням динаміки і впливу прийнятих рішень на наступні періоди, розрахунки проводились на тестових даних. Для цього було створено генератор інформації про договори страхування відповідно до положень Розпорядження Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг України «Про деякі питання здійснення ОСЦПВВНТЗ» [5].

Таблиця 2.4 – Моделі ринкової поведінки компанії та споживача

Характеристика	Страхова компанія	Споживач
1. Мета	Постійне і стабільне зростання капіталу компанії	Отримання якісних послуг страхування за вигідними тарифами, стримування росту страхових тарифів
2. Методи	Досягнення мети досягається шляхом підтримки рівня збитковості портфеля страхових договорів в допустимих межах ( $\mu \leq 0.9$ ) за допомогою внесення змін до ТС (в разі потреби), розрахованих за допомогою моделі оптимального керування.	Для аналізу ступеня вигідності умов страхування та страхових тарифів клієнти компанії відповідно до значень тарифів посилюють або послаблюють свій попит. При цьому, клієнти мають наступні засоби впливу на страхову компанію: відмова від послуг компанії та перехід до її конкурентів в разі завищених тарифів.

3. Допустимі відхилення	В разі конфлікту інтересів компанії і споживача, компанія може дозволити собі поступку в допустимому рівні збитковості в розмірі, що не перевищує 2% ( $\mu \leq 0.92$ )	У випадку, якщо зростання тарифів неможливо уникнути (коли рівень збитковості компанії перевищує всі допустимі межі, $\mu > 0.92$ ), клієнти допускають відносне збільшення еластичності попиту в межах 30%
-------------------------	--	---

Отримана інформація для зручності зберігання та процедур агрегації та обробки даних була переміщена до спеціально розробленої під дану задачу базу даних.

Зокрема, варто відмітити, що для моделювання динаміки страхових випадків, які в моделі представлені в вигляді двох випадкових величин: потоку страхових виплат і суми резервів за страховими випадками, було використано генератор випадкових чисел. Генератор випадкових чисел створено на базі експоненційного закону розподілу взятого з результатів емпіричного дослідження, проведеного Усовою Є.Ю. та Філатовим А.Ю. [31], результати цього дослідження були адаптовані до умов задачі і можуть бути представлені відповідним до таблиці 2.5 чином.

Загалом, для проведення розрахунків було сформовано більше 30 тисяч договорів, які в процесі проведення розрахунків поступово додавалися до БД імітуючи процес діяльності страхової компанії протягом шести послідовних періодів часу.

Далі наведемо безпосередньо результати розрахунків, а також результати порівняння двох варіантів отриманої моделі: на базі моделі оптимального керування без врахування попиту споживача (варіант 1), та з врахуванням попиту споживача (варіант 2).

Таблиця 2.5 – Теоретичний закон розподілу збитків по страховим випадкам застосований в дослідженні [31]

Інтервал	Розмір збитку, тис. грн.				Ймовірність
	Завдання шкоди майну третіх осіб		Завдання шкоди здоров'ю третіх осіб		
	Від	До	Від	До	
1	0	2	0	2	0,359
2	2	4	2	4	0,232
3	4	6	4	6	0,148
4	6	8	6	8	0,095
5	8	10	8	10	0,062
6	10	12	10	12	0,039
7	12	14	12	14	0,025
8	14	16	14	16	0,016
9	16	18	16	18	0,01
10	18	20	18	20	0,007
11	20	22	20	22	0,004
12	22	50	22	100	0,003

Для розв'язку даної багатокритеріальної задачі було використано метод послідовних поступок. Метод послідовних поступок вирішення задач багатокритеріальної оптимізації застосовується у разі, коли приватні критерії можуть бути впорядковані у порядку зменшення їх важливості. Припустимо, що всі приватні критерії максимізуються і пронумеровані в порядку зменшення їх важливості. Знаходимо максимальне значення, першого по важливості критерію в області допустимих рішень, шляхом вирішення однокритеріальної задачі. Потім, виходячи з практичних міркувань і прийнятої точності, призначається величина допустимого відхилення від оптимуму (економічно виправданої поступки) першого критерію, і знаходиться максимальне значення другого критерію за умови, що значення першого критерію не повинно відхилитися від свого максимального значення більш ніж на величину допустимої поступки. Аналогічна процедура повторюється для всього ланцюжка критеріїв, доки не будуть враховані всі з них [22].

Для вирішення задачі виду (2.83), у відповідності до методу послідовних поступок, було визначено наступний пріоритет критеріїв:

$$\mu \succ J \succ E \quad (2.78)$$

Відповідно до умов задачі та всього, зазначеного вище, перший варіант обчислень виконувався для задач виду (2.52) і враховував лише інтереси страхової компанії. Результати обрахунків для першого варіанту задачі приведено в таблиці 2.6.

Таблиця 2.6 – Результати розрахунків задачі оптимального керування тарифікаційною системою з урахуванням виключно інтересів СК

Період	$[t_0;t_1]$	$[t_1;t_2]$	$[t_2;t_3]$	$[t_3;t_4]$	$[t_4;t_5]$	$[t_5;t_6]$
Динаміка показників страхової компанії						
Капітал компанії, $X_{t_{i-1},t_i}$	300	302,39	448,64	983,39	1837,83	3113,5
Приріст капіталу, $\Delta X_{t_{i-1},t_i}$	0	2,39	146,25	534,75	854,45	1275,7
Рівень збитковості, $\mu_{t_{i-1},t_i}$	-	0,997	0,937	0,876	0,884	0,889
Ємність ринку, $E$	-	0,67	823,6	4261,28	1444,0	4269,47
Оптимальні значення цільових функцій						
Критерій ефективності, $J^*$	-	0,1165	0,2658	0	0	0
Критерій оптимальності (компанія), $\mu^*$	-	0,90	0,90	0,876	0,884	0,889
Критерій оптимальності (ємність), $E^*$	-	0,8	915,09	5188,75	2353,44	4269,47

Як бачимо із таблиці 2.6, в результаті систематичного використання розробленої моделі оптимального керування, компанія цілком реалізує поставлену мету (див. табл. 2.4), яка полягає у забезпеченні стабільного прирощення її капіталу із заданим темпом. Однак відсутність врахування інтересів споживача призводить до значного зниження його попиту.

Зазначені вище результати можна порівняти з результатами розрахунку аналогічної задачі, але в якій використовується додатково критерій оптимальності ємності ринку страхової компанії, тобто задачі виду (2.83). Отримані результати наведені нижче в таблиці 2.7.

Таблиця 2.7 – Результати розрахунків задачі оптимального керування тарифікаційною системою з урахуванням інтересів СК та її клієнтів

Період	$[t_0;t_1]$	$[t_1;t_2]$	$[t_2;t_3]$	$[t_3;t_4]$	$[t_4;t_5]$	$[t_5;t_6]$
Динаміка показників страхової компанії						
Капітал компанії, $X_{t_{i-1},t_i}$	300	302,39	433,75	916,09	1614,86	2724,7
Приріст капіталу, $\Delta X_{t_{i-1},t_i}$	0	2,39	131,36	482,34	698,77	1109,9
Рівень збитковості, $\mu_{t_{i-1},t_i}$	-	0,997	0,943	0,886	0,903	0,902
Ємність ринку, $E$	-	22,64	1270,26	5469,7	3242,41	4423,76
Оптимальні значення цільових функцій						
Критерій ефективності, $J^*$	-	0,0711	0,1960	0	0	0
Критерій оптимальності (компанія), $\mu^*$	-	0,92	0,911	0,899	0,90	0,90
Критерій оптимальності (ємність), $E^*$	-	23,94	1438,31	5735,24	3242,41	4466,3

В даному випадку, як видно з таблиці 2.7, капітал компанії зростає (рис. 2.1), однак з помітним відставанням в темпах, в порівнянні з попереднім варіантом розрахунків. Однак, при цьому вдається дещо підвищити ємність ринку страхової компанії (рис. 2.2). Тобто, в цілому досягаються цілі обох сторін: компанії та її клієнтів.

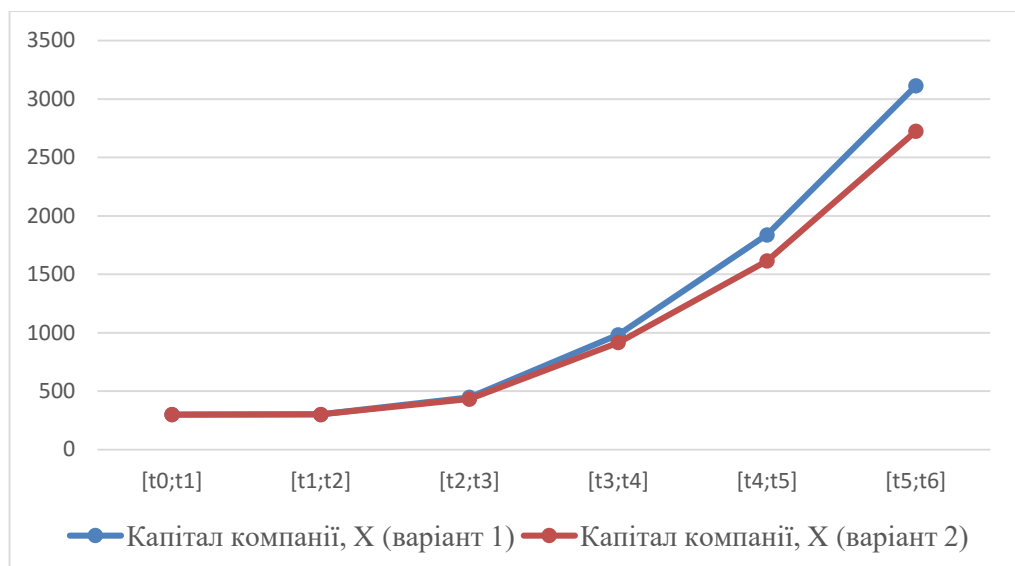


Рисунок 2.1. – Порівняння динаміки зміни капіталу компанії для двох варіантів розрахунків



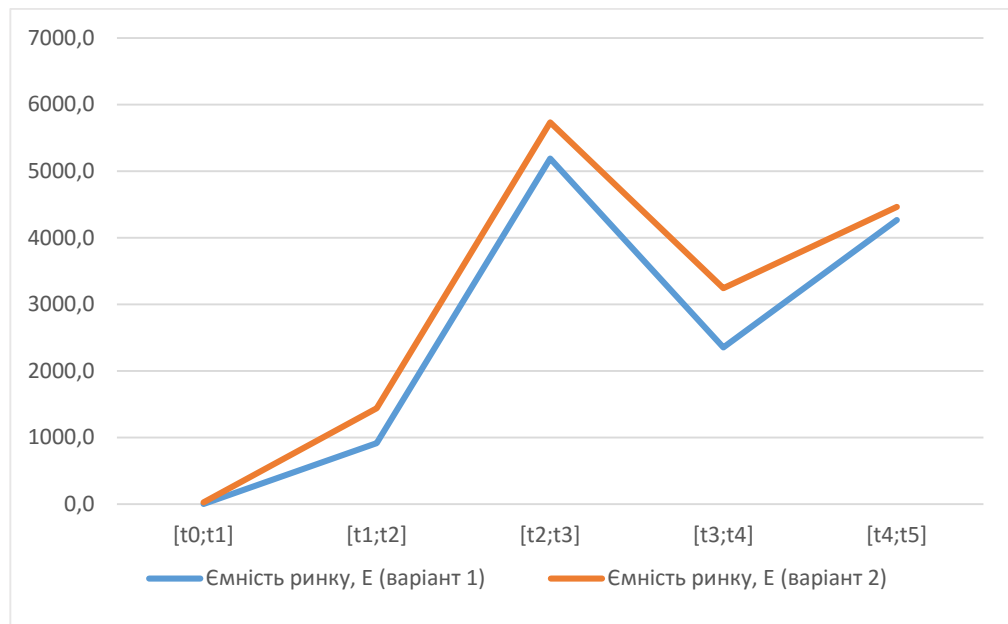


Рисунок 2.2 – Порівняння динаміки зміни ємності ринку для двох варіантів розрахунків

Аналізуючи графіки на рисунку 2.2, також можна помітити, що вигрaш у попиті клієнтів страхової компанії при використанні варіанту задачі без урахування критерію оптимальності ємності ринку виду (2.22) і варіанту задачі з урахуванням цього критерію виду (2.83) є незначним, але такий вигрaш все ж таки має місце. Основна перевага методу розрахунку, що базується на моделі виду (2.83) полягає в тому, що він дозволяє використовувати наявний «простір» між поточним рівнем збитковості і допустимим рівнем цього показника у випадках, коли поточний рівень менший за максимально допустимий. Цю різницю можна використовувати для підвищення рівня попиту клієнтів і відповідного використання цього як конкурентної переваги.

Проведемо також порівняльний аналіз двох варіантів моделей з точки зору впливу результатів їх використання на динаміку рівня збитковості страхової компанії. Перш за все, помітний той факт, що згідно варіанту моделі виду (2.46), рівень збитковості під дією змін, внесених до тарифікаційної системи у відповідності до отриманого оптимального рішення, стрімко приходить в рамки допустимого значення (рис. 2.3). Однак, враховуючи

особливості постановки задачі, згідно моделі виду (2.46), досягнувши рівня збитковості меншого від максимально допустимого, компанія втрачає стимули до внесення змін у ТС.

В іншому варіанті, у відповідності до моделі виду (2.71), спостерігається спочатку аналогічна поведінка рівня збитковості, однак після зниження рівня збитковості нижче максимально допустимого рівня є стимул до оптимізації критерію попиту клієнтів, доки це дозволяє обмеження на рівень збитковості компанії (рис. 2.3).

Оптимальності за Парето в літературі надається наступне визначення: «Безліч допустимих рішень, для яких неможливо одночасно поліпшити всі приватні показники ефективності (тобто покращити хоча б один з них, не погіршуючи інших), прийнято називати областю Парето, або областю компромісів, а належні їй вирішення - ефективними, або оптимальними за Парето»[22]. Не важко помітити, що для рішення представленого вище (див. табл. 2.7) покращення критерію попиту клієнтів ( $E$ ) неможливе без погіршення, як мінімум, критерію оптимальності компанії ( $\mu$ ); покращення критерію якості також ( $J$ ) вимагає поступок за критерієм оптимальності компанії ( $\mu$ ); покращення за критерієм оптимальності компанії ( $\mu$ ) в свою чергу призводить до погіршення в критеріях попиту клієнтів ( $E$ ) та якості ( $J$ ). Таким чином в розрахунках за варіантом 2 досягається рішення оптимальне за Парето.

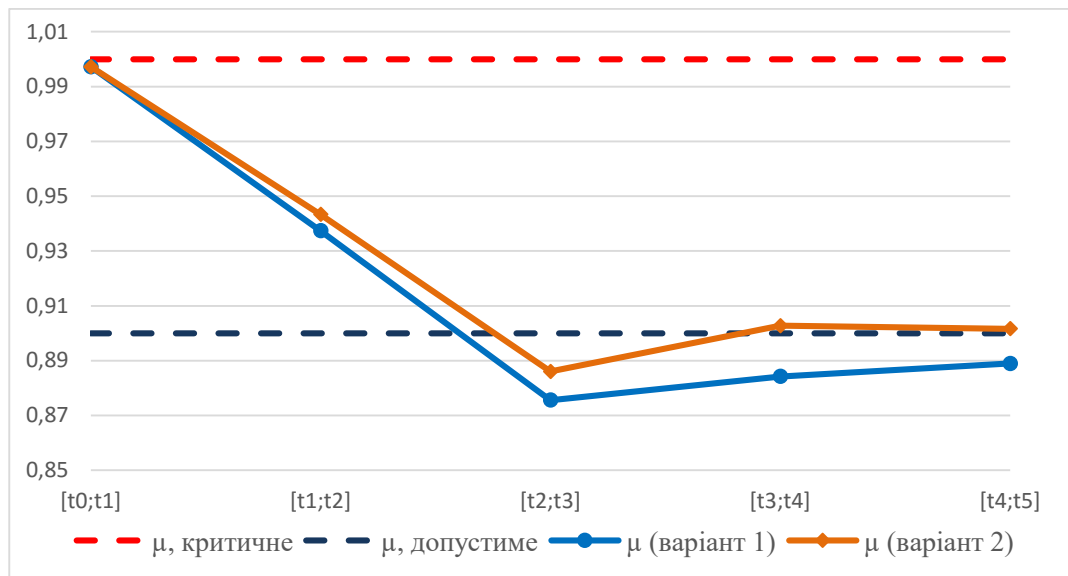


Рисунок 2.3 – Порівняння динаміки зміни рівня збитковості компанії для двох варіантів розрахунків

Отже, в цілому обидва варіанти моделі: і варіант виду (2.52) і варіант (2.83) цілком виконують своє призначення і можуть бути застосовані на практиці.

### 3.2 Перспективи подальших досліджень

Результатами дослідження являється, по-перше, концептуальна модель діяльності страхової організації як об'єкта керування, управління яким здійснюється шляхом впливу на систему її тарифів. По-друге, в результаті дослідження природи тарифікаційної системи та фінансових потоків страхової компанії створено дискретну модель оптимального управління тарифікаційною системою страхової компанії в двох можливих варіантах застосування: з врахуванням лише інтересів страхової компанії, а також варіант з врахуванням інтересів як компанії, так і функції попиту споживача.

Перевагами отриманої моделі є:

- Орієнтація моделей на практичне застосування, виражена в використанні в моделі виключно значень і показників, які використовуються

будь-якою страховою компанією в процесі своєї діяльності, що дозволяє використовувати дану модель на практиці без додаткових досліджень щодо способів приведення фактичних даних до теоретичних положень моделі.

- Модель дозволяє отримувати оптимальні значення базових тарифів комплексно, які складають її тарифікаційну систему, та відслідковувати динаміку попиту страхувальників на її послуги.

- Гнучкість моделі дозволяє використовувати її як для знаходження рішень в рамках окремих страхових програм, видів, так і в рамках всього портфеля страхових договорів.

- І найголовніше, модель дозволяє вирішити поставлену перед нею економічну задачу, яка передбачає використання разом з нею функцій попиту, а тому явним чином враховує зміну темпів приросту кількості нових клієнтів компанії в результаті внесення змін до її тарифікаційної системи.

Недоліками отриманої моделі є:

- Громіздкість розрахунків, яка робить складним організацію розрахунків згідно даної моделі та вимагає певного рівня обчислювальної потужності комп'ютерної техніки на підприємстві.

- Модель не передбачає використання разом з нею функції корисності споживача, а тому явним чином не враховує інтересів клієнтів компанії в результаті внесення змін до її тарифікаційної системи з точки зору погляду теорії корисності.

Разом з цим є багато напрямків щодо поліпшення, тобто модифікації, моделі, а саме:

- Долучення потужних методів прогнозування, за якими можна відслідковувати динаміку попиту на ринку страхових послуг в залежності від багатьох факторів, що на нього впливають. Наприклад, розподіл доходу населення, що має місце у виборі споживачів тих чи інших послуг компанії.

- Долучення конкуренції на ринку, оскільки в даній моделі не враховується вплив значень тарифів компаній-конкурентів, а отже не

враховується зміна очікуваних клієнтів компанії в залежності від дій конкурентів.

- Одним з найактуальніших напрямків розвитку моделі, на мою думку, є врахування інвестиційної діяльності страхової компанії. Це підвищить гнучкість моделі в розрізі регулювання тарифів та більш точно відобразить практичну діяльність компанії.

- Використання перестраховання ризиків страхової компанії. Це дозволить більш гнучко регулювати тарифи по відношенню до клієнтів та зберегти фінансову стійкість компанії при перевищенні витрат над очікуваними.

## ВИСНОВКИ

Результатами дослідження являється, по-перше, концептуальна модель діяльності страхової організації як об'єкта керування, управління яким здійснюється шляхом впливу на систему її тарифів. По-друге, в результаті дослідження природи тарифікаційної системи та фінансових потоків страхової компанії створено дискретну модель оптимального управління тарифікаційною системою страхової компанії в двох можливих варіантах застосування: з врахуванням лише інтересів страхової компанії, а також варіант з врахуванням інтересів як компанії, так і функції попиту споживача.

Перевагами отриманої моделі є:

- Орієнтація моделей на практичне застосування, виражена в використанні в моделі виключно значень і показників, які використовуються будь-якою страховою компанією в процесі своєї діяльності, що дозволяє використовувати дану модель на практиці без додаткових досліджень щодо способів приведення фактичних даних до теоретичних положень моделі.
- Модель дозволяє отримувати оптимальні значення базових тарифів комплексно, які складають її тарифікаційну систему, та відслідковувати динаміку попиту страхувальників на її послуги.
- Гнучкість моделі дозволяє використовувати її як для знаходження рішень в рамках окремих страхових програм, видів, так і в рамках всього портфеля страхових договорів.
- І найголовніше, модель дозволяє вирішити поставлену перед нею економічну задачу, яка полягала у визначенні ефективних управлінських рішень щодо внесення комплексних змін до тарифікаційної системи страхової компанії відповідно до умов страхового ринку та з метою задоволення інтересів як компанії так і її клієнтів.

Недоліками отриманої моделі є:

- Громіздкість розрахунків, яка робить складним організацію розрахунків згідно даної моделі та вимагає певного рівня обчислювальної потужності комп'ютерної техніки на підприємстві.

- Модель не передбачає використання разом з нею функції корисності споживача, а тому явним чином не враховує інтересів клієнтів компанії в результаті внесення змін до її тарифікаційної системи з точки зору теорії корисності.

Результати розрахунків на тестових даних продемонстрували можливість ефективного використання отриманої в до вирішення практичних задач.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Закон України «Про особливості страхування сільськогосподарської продукції з державною підтримкою» № 4391-VI від 09.02.2012 / Верховна Рада України. – Відомості Верховної Ради України (ВВР):2012, № 41. - ст.491
2. Закон України «Про охорону праці» № 2694-XII від 14.10.1992 / Верховна Рада України. – Відомості Верховної Ради України (ВВР): 1992, № 49. – ст. 668.
3. Закон України «Про страхування» / Верховна Рада України. – Відомості Верховної Ради України (ВВР): 1996, № 18. – ст. 78.
4. Кодекс цивільного захисту України № 5403-VI від 02.10.2012 / Верховна Рада України. – Відомості Верховної Ради України (ВВР): 2013, № 34-35, - ст.458
5. Розпорядження Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг України «Про деякі питання здійснення обов'язкового страхування цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів" від 09.07.2010 № 566 / зар. в Міністерстві юстиції України. – 2010
6. Базилевич В. Д. Страхова справа. – 2-ге вид., перероб. і доп. / В. Д. Базилевич, К. С. Базилевич. – К. : Знання, 2002. – 203 с.
7. Вовчак О.Д. Страхова справа: Підручник. – К.: Знання, 2009. – 425с.
8. Опарін В.М. Фінанси (Загальна теорія): Навч. посібник. // В.М. Опарін. – 2-ге вид., доп. і перероб. — К.: КНЕУ, 2002. — 240 с.
9. Страхування: Підручник / Керівник авт. колективу і наук. ред.С.С.Осадець. — Вид. 2-ге, перероб. і доп. — К.: КНЕУ, 2002. — 599 с.
10. Шелехов К.В., Бігдаш В.Д. Страхування. Страхові послуги: Навч.-метод. посібн. // К.В. Шелехов, В.Д. Бігдаш.- К.: ІЕУГП, 2000. - 268 с.
11. Березовчук О.С. Математичний аналіз умов існування взаємовигідних договорів страхування для страхової компанії та її клієнта [Електронний



- ресурс] / О.С. Березовчук // Ефективна економіка. – 2013. – №7. – Режим доступу до журналу: <http://www.economy.nauka.com.ua>
12. Березовчук О.С. Концептуальна схема функціонування страхової компанії як об'єкта керування [Електронний ресурс] / О.С. Березовчук // Ефективна економіка. – 2014. – №11. – Режим доступу до журналу: <http://www.economy.nauka.com.ua>
  13. Пасько О. Загальні відомості про ОСЦПВВНТЗ // Мое страхование. — 2007. — № 1. — С. 21-22.
  14. ДСанПН 3.3.2.007-98. Державні санітарні правила і норми роботи з візуальними дисплейними терміналами електронно-обчислювальних машин. – К., 1998. – (Національний стандарт України)
  15. ДБН В.2.5-28-2006. Природне і штучне освітлення. – К., 2006. – (Національний стандарт України)
  16. ДСН 3.3.6.037-99. Державні санітарні норми виробничого шуму, ультразвуку та інфразвуку. – К.: МОЗ України, 2000. – (Національний стандарт України)
  17. ДСН 3.3.6.042-99. Санітарні норми мікроклімату виробничих приміщень. – К.: МОЗ України, 2000. – (Національний стандарт України)
  18. НАПБ А.01.001-2004. Правила пожежної безпеки в Україні. – К., 2004. – (Національний стандарт України)
  19. НАПБ Б.03.002-2007. Норми визначення категорій приміщень, будинків та зовнішніх установок за вибухопожежною та пожежною небезпекою. – К., 2007. – (Національний стандарт України)
  20. НПАОП 0.00-1.28-10. Правила охорони праці під час експлуатації електронно-обчислювальних машин. – К.: Держгірпромнагляд, 2010. – (Національний стандарт України)
  21. НПАОП 40.1-1.21-98. Правила безпечної експлуатації електроустановок споживачів. – К.: 1998. – (Національний стандарт України)
  22. Короткий курс лекцій з дисципліни «Економіко-математичні методи і прикладні моделі» [Електронне джерело] // Studme.com.ua: [сайт] – Режим

- доступу вільний: [http://studme.com.ua/158407209254/ekonomika/ekonomiko-matematicheskie\\_metody\\_i\\_prikladnye\\_modeli.htm](http://studme.com.ua/158407209254/ekonomika/ekonomiko-matematicheskie_metody_i_prikladnye_modeli.htm)
23. Курс лекцій з дисципліни «Основи економічної теорії» [Електронне джерело] // Pidruchniki.com: [сайт] – Режим доступу вільний: [http://pidruchniki.com/17280924/politekonomiya/segmentatsiya\\_rinku](http://pidruchniki.com/17280924/politekonomiya/segmentatsiya_rinku)
  24. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика. Перев. с англ. / под. ред. В.К. Малиновского. – М.: Янус-К, 2001. – 656 с.
  25. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными процессами. М.: Наука, 1973.
  26. Денисова И. П. Страхование:[учеб. пособие для студ. вузов] / Денисова И. П. – М.: Март, 2003. – 269 с.
  27. Страхование : [учебник / ред. Т. А. Федорова]. – М.: Экономистъ, 2004. – 102 с.
  28. ТСО-03: стандарт на эргономику, экологию и безопасность электроннолучевых и жидкокристаллических дисплеев. / Сокр. пер. с англ., А. Самсонова. – М.: 2003. – 14 с. – (Международный стандарт)
  29. ГОСТ 12.4.026-76. ССБТ. Цвета сигнальные и знаки безопасности. – М., 1976. – (Міждержавний стандарт)
  30. СанПин 2.2.2/2.4.1340-03. Гигиенические требования к персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы. – М.: 2003. – (Государственный стандарт РФ)
  31. Е.Ю. Усова, А.Ю. Филатов Эмпирическое исследование ОСАГО на примере страховой компании «Ресо-гарантия» [Электронный источник]. - Режим доступа свободный: [http://math.isu.ru/ru/chairs/me/files/filatov/2011\\_-\\_osago.pdf](http://math.isu.ru/ru/chairs/me/files/filatov/2011_-_osago.pdf)
  32. Павлюченко Т. Как страховщики налоги платят [Электронный ресурс] // Uainsur.com: [сайт] . Режим доступа: <http://uainsur.com/massmedia/11029/>
  33. Definition of “Combined Ratio” [Электронный ресурс] // Investopedia: [сайт] – Режим доступа: <http://www.investopedia.com/terms/c/combinedratio.asp>

34. Березовчук, О. С., Іваненко, В. І. Економіко-математична модель оптимального керування тарифікаційною системою страхової компанії [Електронний ресурс] / О.С. Березовчук., В.І. Іваненко // Економічний вісник НТУУ «КПІ». – 2015. – №12. – Режим доступу до журналу: <http://www.ela.kpi.ua>

## ДОДАТОК А

## ОПИС ПОЛОЖЕНЬ ТАРИФІКАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ, ВИКОРИСТОВУВАНОЇ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ

Таблиця А.1 – Опис положень тарифікаційної системи, використовуваної для розрахунків [5]

Програма "Автомобіль"																		
Базовий тариф (грн.)	Тип транспортного засобу			Місце реєстрації ТЗ			Сфера використання ТЗ			Водійський стаж			Період використання ТЗ			Наявність спроб шахрайства в минулому		
	Значення	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min
180	Авто (до 1600 см3)	1	1	Київ	3.2	4.8	Викор. фіз. особою	1	1	Ф.О. < 3 р.	1.27	1.76	Повний	1	1	Наявність	2	2
-	Авто (1601-2000 см3)	1.14	1.14	Міста-супутники Києва	1	2.5	Викор. юр. особою	1.1	1.4	Ф.О. > 3 р.	1	1.76	6 міс	0.7	0.7	Відсутність	1	1
	Авто (2001 - 3000 см3)	1.18	1.18	Міста-мільйонери	2.3	3.5	Причеп легковий	1	1	Юр. особа	1.2	1.2	7 міс	0.75	0.75			
	Авто (більше 3000 см3)	1.82	1.82	3 нас. 500 тис.- 1 млн.	1.8	2.8							8 міс	0.8	0.8			
	Мотоцикл (до 300 см3)	0.34	0.34	3 нас. 100 тис.- 500 тис.	1.3	2.5							9 міс	0.85	0.85			
	Мотоцикл (більше 300 см3)	0.68	0.68	3 нас. менше 100 тис.	1	1.6							10 міс	0.9	0.9			
	Легковий причеп	0.34	0.34	Інша країна	2	4							11 міс	0.95	0.95			
Програма "Вантажівка"																		
Базовий тариф (грн.)	Тип транспортного засобу			Місце реєстрації ТЗ			Сфера використання ТЗ			Водійський стаж			Період використання ТЗ			Наявність спроб шахрайства в минулому		
	Значення	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min	max	Хар.	min
180	Вантажівка (до 2 т)	2	2	Київ	3.2	4.8	Вантажівка	1	1	Ф.О. < 3 р.	1.27	1.76	Повний	1	1	Наявність	2	2

## Закінчення таблиці А.1

-	Вантажівка (більше 2т)	2.18	2.18	Супутники Києва	1	2.5	Причеп вантажний	1	1	Ф.О. > 3 р.	1	1.76	6 міс	0.7	0.7	Відсутність	1	1
	Причеп вантажний	0.5	0.5	Міста-мільйонери	2.3	3.5				Юр. особа	1.2	1.2	7 міс	0.75	0.75			
				З нас. 500 тис.- 1 млн.	1.8	2.8							8 міс	0.8	0.8			
				З нас. 100 тис.- 500 тис.	1.3	2.5							9 міс	0.85	0.85			
				З нас. менше 100 тис.	1	1.6							10 міс	0.9	0.9			
				Інша країна	2	4							11 міс	0.95	0.95			
<b>Програма "Пасажирський"</b>																		
<b>Базовий тариф (грн.)</b>	<b>Тип транспортного засобу</b>			<b>Місце реєстрації ТЗ</b>			<b>Сфера використання ТЗ</b>			<b>Водійський стаж</b>			<b>Період використання ТЗ</b>			<b>Наявність спроб шахрайства в минулому</b>		
<b>Значення</b>	<b>Хар.</b>	<b>min</b>	<b>max</b>	<b>Хар.</b>	<b>min</b>	<b>max</b>	<b>Хар.</b>	<b>min</b>	<b>max</b>	<b>Хар.</b>	<b>min</b>	<b>max</b>	<b>Хар.</b>	<b>min</b>	<b>max</b>	<b>Хар.</b>	<b>min</b>	<b>max</b>
180	Авто (до 1600 см3)	1	1	Київ	3.2	4.8	Автобус (більше 20 місць), пасажироперевезення	1	1	Ф.О. < 3 р.	1.27	1.76	Повний	1	1	Наявність	2	2
	Авто (1601 - 2000 см3)	1.14	1.14	Супутники Києва	1	2.5	Авто, автобус (до 20 місць), таксі, фіз.особа	1.1	1.4	Ф.О. > 3 р.	1	1.76	6 міс	0.7	0.7	Відсутність	1	1
	Авто( 2001 - 3000 см3)	1.18	1.18	Міста-мільйонери	2.3	3.5	Авто, автобус (до 20 місць), таксі, юр.особа	1.1	1.5	Юр. особа	1.2	1.2	7 міс	0.75	0.75			
	Авто (більше 3000 см3)	1.82	1.82	З нас. 500 тис.- 1 млн.	1.8	2.8							8 міс	0.8	0.8			
	Автобус (до 20 місць)	2.55	2.55	З нас. 100 тис.- 500 тис.	1.3	2.5							9 міс	0.85	0.85			
	Автобус (більше 20 місць)	3	3	З нас. менше 100 тис.	1	1.6							10 міс	0.9	0.9			
				Інша країна	2	4							11 міс	0.95	0.95			